Аннотации к лекциям

И.Б. Петров, А.И. Лобанов "Лекции по вычислительной математике": Учебное пособие. 2006 г

Лекция 1. Предисловие

В последнее время в России издается довольно много книг по вопросам вычислительной математики. При написании учебников их создателям приходится решать противоречия между строгостью изложения и компактностью, сжатостью информации, между классическими темами и новым материалом, между необходимостью описывать те разделы, которые далеки от научных интересов авторов, и желанием уделить больше внимания любимой теме. Все эти противоречия встали и перед авторами данного курса. Насколько успешно их удалось преодолеть, судить читателям.

За основу данного курса были взяты курсы вычислительной математики, которые в течение ряда лет читались студентам факультетов общей и прикладной физики, молекулярной и биологической физики, проблем физики и энергетики МФТИ. Слушатели этих курсов — не профессионалы-вычислители, а исследователи, специалисты в предметной области. Но логика современного развития науки привела к тому, что успех исследования во многом определяется эффективностью применения вычислительной техники и численных методов. В этой связи авторы посчитали необходимым дать студентам представление и о сравнительно современных численных методах. В силу быстрых изменений, происходящих сейчас в вычислительной математике, издать курс, на 100 процентов удовлетворяющий потребностям сегодняшнего дня, просто невозможно.

В курс включены идеи, методы, разделы, которые не являются обязательными и при первом прочтении могут быть опущены. Отметим, что термин "лекция" несколько условен. В данный курс входит годовой курс, число лекций в году составляет 30-33. В этом курсе 19 лекций, в силу того, что под лекцией здесь понимается тематический раздел, который может включать в себя материал нескольких реально читаемых лекций.

Большинство лекций курса (все основные и некоторые необязательные) снабжены задачами для разборов на семинарских занятиях и для самостоятельного решения на компьютере с использованием либо пакетов программ, либо оригинальных программ, составленных самими обучающимися. По мнению авторов, без самостоятельной реализации основных алгоритмов и простых вычислительных процедур невозможно глубокое понимание предмета. В конце каждой лекции приведен список литературы — это источники, которыми пользовались авторы при написании курса, и специальная литература, более подробно освещающая те или иные разделы. Списки литературы не претендуют на полноту, а лишь отражают вкусы и научные пристрастия авторов.

Все замечания можно направлять по электронной почте по адресам alexey@crec.mipt.ru или petrov@mipt.ru.

Авторы выражают свою искреннюю благодарность всем коллегам по кафедре вычислительной математики МФТИ за внимание и помощь в работе, первому заведующему кафедрой академику О.М.Белоцерковскому за доброжелательную поддержку. Особая благодарность В.С.Рябенькому, Р.П.Федоренко, А.С.Холодову, учителям авторов, которые передали им свои знания и любовь к предмету. Доценты Е.Н.Аристова, О.А.Пыркова, Т.К.Старожилова и старший преподаватель В.Д.Иванов прочли части книги в рукописи и высказали ряд конструктивных замечаний и предложений. Много сил и энергии потратили Е.А.Евсюкова, Д.В.Кибардина и Е.Р.Павлюкова при технической подготовке рукописи. Авторы также благодарны Ж.И.Утюшевой и М.С.Гриневой за предоставленные конспекты лекций.

Лекция2.

Предмет вычислительной математики. Обусловленность задачи, устойчивость алгоритма, погрешности вычислений. Задача численного дифференцирования

Первая лекция носит вводный характер. На простейших примерах иллюстрируются понятия численного алгоритма, устойчивость и обусловленность задачи. На примере задачи численного дифференцирования вводится метод неопределенных коэффициентов для получения приближенных формул. Рассматривается некорректность задачи численного дифференцирования.

Оглавление

Лекция 3.

Численное решение систем линейных алгебраических уравнений

Рассматриваются наиболее употребительные приближенные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Вводятся согласованные нормы векторов и матриц. Вычисляется число обусловленности в различных нормах. Анализируется влияние ошибок округления на погрешность результата. Дается понятие о спектральных задачах. Для самосопряженной матрицы рассматривается метод вращений поиска собственных значений

Лекция 4

Численное решение переопределенных СЛАУ. Метод наименьших квадратов

В лекции рассматриваются методы решения переопределенных систем уравнений. Обсуждается вопрос о выборе базиса на погрешность результата. Вкратце описываются итерационные методы решения плохо обусловленных систем линейных уравнений.

Тест – 12 заданий

Лекция 5

Численные методы решения экстремальных задач

Рассматриваются наиболее употребительные методы поиска минимума функций нескольких переменных.

Лекция 6

Численное решение нелинейных алгебраических уравнений и систем

Рассматриваются численные методы решения нелинейных уравнений и систем. На основе принципа сжимающих отображений рассматриваются условия сходимости итерационных методов. Доказывается квадратичная сходимость метода Ньютона. Рассматривается задача о динамике простейшего нелинейного дискретного отображения – логистического. Дается понятие о бифуркациях дискретного отображения.

Лекция 7

Интерполяция функций

Рассматривается задача алгебраической интерполяции. Обусловленность задачи исследуется на основе рассмотрения константы Лебега. Доказывается теорема об остаточном члене интерполяции. Выводятся формулы алгебраической интерполяции с кратными узлами. Рассматривается задача гладкого восполнения функции (локальными и нелокальными сплайнами, а также естественный базис в пространстве сплайн – функций — B – сплайны.

Лекция 8

Численное интегрирование

Исследуются простейшие квадратурные формулы интерполяционного типа — прямоугольников, трапеций, Симпсона. Для оценки реальной погрешности формул используется правило Рунге. Дается понятие о квадратурных формулах Гаусса. Рассматриваются методы вычисления многомерных интегралов.

49 7.6. Идея метода Монте – Карло
50 7.7. Задачи
7.8. Задачи для самостоятельного решения

Лекция 9
Численные методы решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений
Подробно рассматриваются методы типа Рунге – Кутты, менее подробно — Адамса. Формулируются и доказываются утверждения об устойчивости методов Рунге – Кутты на устойчивых и нейтральных по устойчивости траекториях.
51 8.1. Базовые понятия
52 8.2. Методы Рунге – Кутты
53 8.3. Методы Адамса
54 8.4. Оценка погрешности
8.4.1. Автоматический выбор шага интегрирования
55 8.5. Устойчивость методов Рунге – Кутты
56 8.6. Задачи
8.7. Задачи для самостоятельного решения

Лекция 10

Численные методы решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений
Дается понятие жесткой системы (ЖС ОДУ). Рассматриваются неявные методы Рунге – Кутты и Гира для решения ЖС ОДУ. Исследуется устойчивость методов.
57 9.1. Явление жесткости. Предварительные сведения
58 9.2. Сингулярно – возмущенные задачи
59 9.3. Решение линейных ЖС ОДУ и вычисление матричной экспоненты
60 9.4. Численные методы решения ЖС ОДУ. Семейства неявных методов Рунге – Кутты и Розенброка
61 9.5. Формулы дифференцирования назад и методы Гира. Представление Нордсика
9.6. Задачи для самостоятельного решения

Лекция 11
Численное решение краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений
Рассматриваются численные методы решения краевых задач. На примере линейных краевых задач иллюстрируется применение различных вариантов метода прогонки — дифференциальной прогонки, разностной трехточечной прогонки, пятиточечной прогонки, матричной прогонки, периодической прогонки. Для нелинейных краевых задач рассмотрены методы стрельбы и квазилинеаризации. Дается представление о методах решения спектральных задач (задач на собственные значения). Обсуждается вопрос о применении метода Фурье при решении краевых задач для разностных уравнений, аппроксимирующих исходную дифференциальную задачу.

62 10.1. Краевая задача для линейной системы ОДУ первого порядка
63 10.2. Метод дифференциальной прогонки. Понятие о жестких