

## Аннотации к лекциям

### А. Холодов "Нелинейные вычислительные процессы"

В качестве основного подхода к построению разностных схем для простейших (модельных) уравнений принят известный метод неопределенных коэффициентов (позволяющий рассматривать достаточно обширные семейства схем), дополненный анализом этих семейств в пространствах неопределенных коэффициентов и сеточных функций. Анализ разностных схем в пространстве коэффициентов неопределенных (предложенный А.С.Холодовым в 1978г.) оказался достаточно универсальным и весьма конструктивным средством не только для качественного сравнения различных схем (типа: устойчива – неустойчива, монотонна – немонотонна, первого – второго порядка аппроксимации и т.п.) но, в определенном смысле, и количественного их сопоставления.

Поскольку курс в целом ориентирован на методы решения нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, характерной чертой которых являются разрывные решения (для уравнений гиперболического типа), области больших градиентов (“пограничные слои”) и т.п., достаточно большое внимание уделено построению монотонных (мажорантных) схем. При переходе от модельных уравнений к линейным системам и нелинейным уравнениям в курсе активно используются характеристические свойства уравнений гиперболического типа и аналогичные методы расщепления для других типов уравнений, интегро-интерполяционный метод (метод интегрального тождества) и другие эффективные способы обобщения схем с сохранением заложенных в модельные схемы свойств.

#### Лекция 1

##### **Системы уравнений гиперболического типа (СУГТ)**

Характеристическая форма уравнений. Дивергентная форма уравнений. Сохранение дивергентной формы при преобразовании независимых переменных. Продолженные (расширенные) системы.

#### Лекция 2

##### **Постановка краевых условий и примеры систем уравнений гиперболического типа**

Постановка краевых условий. Примеры СУГТ – линейное уравнение 2-го порядка, уравнения газовой динамики и др. Их характеристическая и дивергентная формы.

#### Лекция 3

##### **Разностные схемы для простейшего уравнения переноса**

Простейшее уравнение переноса (УП). Разностные схемы для УП в пространстве неопределенных коэффициентов. Условия аппроксимации и устойчивости. Некоторые методы регуляризации численных решений. Примеры простейших разностных схем.

#### Лекция 4

##### **Критерии монотонности разностных схем**

Критерии монотонности разностных схем (Фридрихса, Годунова, Хартена, Ван Лира). Монотонные по Фридрихсу схемы в пространстве неопределенных коэффициентов (схемы с положительной аппроксимацией). Схемы

повышенного порядка аппроксимации для уравнения переноса. Невозможность построения линейных, монотонных по Фридрихсу схем с порядком аппроксимации выше первого (теорема Годунова).

Лекция 5

#### **Схемы высокого порядка аппроксимации**

Наименее осциллирующие на разрывах схемы высокого порядка аппроксимации. Гибридные (TVD) схемы. Схемы повышенного порядка аппроксимации для уравнения переноса на нерасширяющихся сеточных шаблонах. Метод параметрической коррекции разностных схем.

Лекция 6

#### **Разностные схемы в пространстве сеточных функций**

Монотонные по Ван Лиру схемы повышенного порядка аппроксимации в пространстве сеточных функций. Обобщение критериев монотонности на случай многослойных и неявных сеточных шаблонов. Монотонные по Ван Лиру схемы повышенного порядка аппроксимации для многослойных и нерасширяющихся сеточных шаблонов.

Лекция 7

#### **Обобщение разностных схем для одномерных гиперболических систем уравнений**

Обобщение разностных схем для уравнения переноса на случай квазилинейной системы уравнений гиперболического типа. Консервативные схемы.

Лекция 8

#### **Обобщение разностных схем на многомерный случай**

Решение сеточных уравнений в случае неявных схем. Обобщение разностных схем для квазилинейной системы уравнений гиперболического типа на многомерный случай. Методы расщепления по пространственным переменным в случае канонической области интегрирования. Методы на неструктурированных сетках для решения в сложных, в том числе многосвязных областях.

Лекция 9

#### **Квазилинейные параболические уравнения и системы**

Расщепление по "физическим процессам". Примеры: автомодельная задача о бегущей волне, одномерные уравнения Навье–Стокса. Постановка краевых задач. Разностные схемы для простейшего уравнения теплопроводности. Условия аппроксимации и устойчивости.

Лекция 10

#### **Разностные схемы для простейшего уравнения теплопроводности**

Разностные схемы для простейшего уравнения теплопроводности в пространстве неопределенных коэффициентов. Монотонные схемы (схемы с положительной аппроксимацией) с порядком аппроксимации  $O(dt, dr^2)$  и  $O(dt^2, dr^2)$ . Обобщение разностных схем для уравнения теплопроводности на случай квазилинейных уравнений и систем параболического типа.

#### Лекция 11

##### **Консервативные схемы для уравнений и систем параболического типа**

Обобщение разностных схем для квазилинейной системы уравнений параболического типа на многомерный случай. Методы расщепления по пространственным переменным.

#### Лекция 12

##### **Методы на неструктурированных сетках**

Методы на неструктурированных сетках для решения систем уравнений параболического типа в сложных, в том числе многосвязных областях интегрирования.

#### Лекция 13

##### **Некоторые численные методы решения краевых задач для эллиптических уравнений**

Простейшее уравнение эллиптического типа и его разностные аппроксимации. Схемы с положительной аппроксимацией в случае регулярных и нерегулярных (неструктурированных) сеток.

#### Лекция 14

##### **Примеры решения модельных и прикладных задач**

Системы уравнений гиперболического типа на графах (переходные ударно-волновые процессы в сетях). Примеры сетевых вычислительных моделей: уравнения мелкой воды, интенсивного дорожного движения, электроэнергетических сетей, дыхательной и кровеносной систем человека. Примеры расчетов модельных уравнений различными схемами: явная схема Куранта-Изаксона-Риса и ее консервативные варианты. Схемы П.Лакса, Лакса-Вендроффа, Макормака, Бима-Уорминга, Русанова, трехслойная схема Головизнина. Неявные схемы Карлсона, Ландау-Меймана-Халатникова, Бабенко. Гибридные схемы и схемы со сглаживанием (Федоренко, Бориса - Бука, TVD-схемы). Высокоточные нелинейные монотонные схемы. Некоторые задачи, моделируемые уравнениями магнитогазодинамики, упруго-деформируемых тел и др.