




# Основы информатики

1. Введение в алгоритмы
2. Архитектура ЭВМ
3. Операционные системы
4. ООП



Коротин Павел Николаевич

[cs.mipt.ru](http://cs.mipt.ru)

Яндекс http://cs.mipt.ru/index.php?id=view&tx\_ttnews[tt\_ne... Кафедра информатики МФТИ... Кафедра информатики М...

Обратная связь Русский English

Искать

**CS.MIPT** Computer Science МФТИ

Новости

Учебные материалы

Публикации

Партнёры

Ссылки

О кафедре информатики

Квалификационные работы студентов

Кандидатские диссертации

Учебные материалы > Институтский цикл

**Демонстрация лекций П.Н. Коротина**  
20.11.2012

**Демонстрация лекций П.Н. Коротина**  
**Лекции 2012 г. Лекция 1-2. Лекция 3-4. Лекция 5-6. Лекция 7-8. Лекция 9. Лекция 10. Лекция 11.**

Ссылки:  
Связанные новости:  
Категория: [Институтский цикл](#), [Базовые и факультативные](#)

CS.MIPT © Кафедра информатики МФТИ

# Введение в алгоритмы

- Формализация понятия «алгоритм»
- Формальные модели: Машина Тьюринга и Нормальные алгорифмы Маркова
- Си-машина
- Структуры данных и фундаментальные алгоритмы
- Анализ сложности алгоритмов



“

**От живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике - таков диалектический путь познания истины, познания объективной реальности**

”

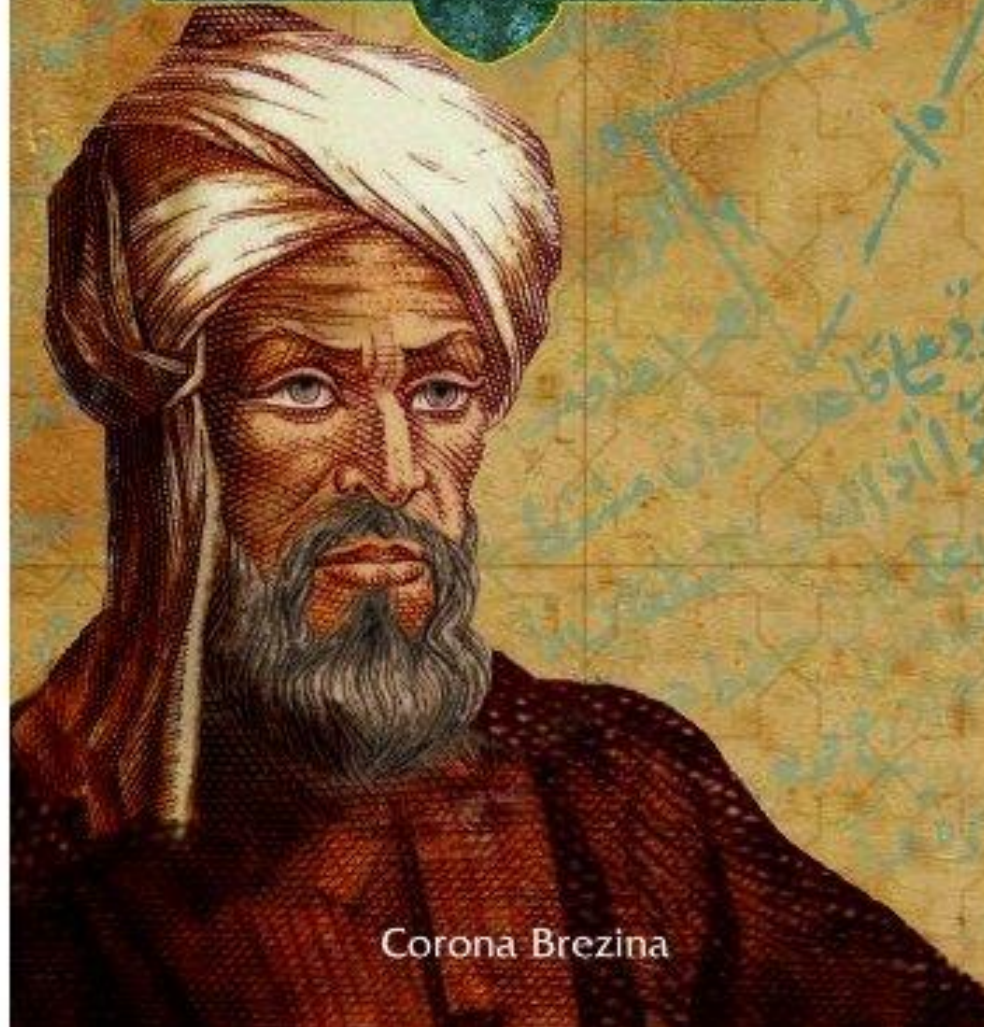
В.И.Ленин

Интуитивное понятие «алгоритм»

Great Muslim Philosophers and Scientists of the Middle Ages™

# AL-KHWARIZMI

The Inventor of Algebra



Corona Brezina

## Алгоритм поиска НОД( $a, b$ )

- $a, b > 0$  и пусть  $a < b$
- Перебор: 1 – подходит, 2 - ?, 3 - , ...  $a$  -?
- Алгоритм Эвклида
  1. Разделить первое на второе и получить остаток
  2. Если остаток равен нулю, то второе – результат
  3. Иначе: заменить первое на второе, второе – на остаток и перейти к шагу 1

# Алгоритм Эвклида. Доказательство.

$$B = Aq_1 + r_1, \quad 0 < r_1 < A$$

$$A = r_1q_2 + r_2, \quad 0 < r_2 < r_1$$

$$r_1 = r_2q_3 + r_3, \quad 0 < r_3 < r_2$$

...

$$r_{k-2} = r_{k-1}q_k + r_k, \quad 0 < r_k < r_{k-1}$$

$$r_{k-1} = r_kq_{k+1}$$

Пусть  $d = \text{НОД}(A, B)$ :

$$r_1 \div d \Rightarrow r_2 \div d \Rightarrow \dots \Rightarrow r_k \div d$$

Также  $\text{НОД}(r_{k-1}, r_k) = r_k, \dots,$

$$A \div r_k, B \div r_k \Rightarrow d = r_k$$



# Алгоритм Эвклида. Пример.

НОД(10,15)

Первое	Второе	Остаток	Действие
--------	--------	---------	----------

10	15	10	Шаг 3
----	----	----	-------

15	10	5	Шаг 3
----	----	---	-------

10	5	0	Шаг 2
----	---	---	-------



# Алгоритм Эвклида

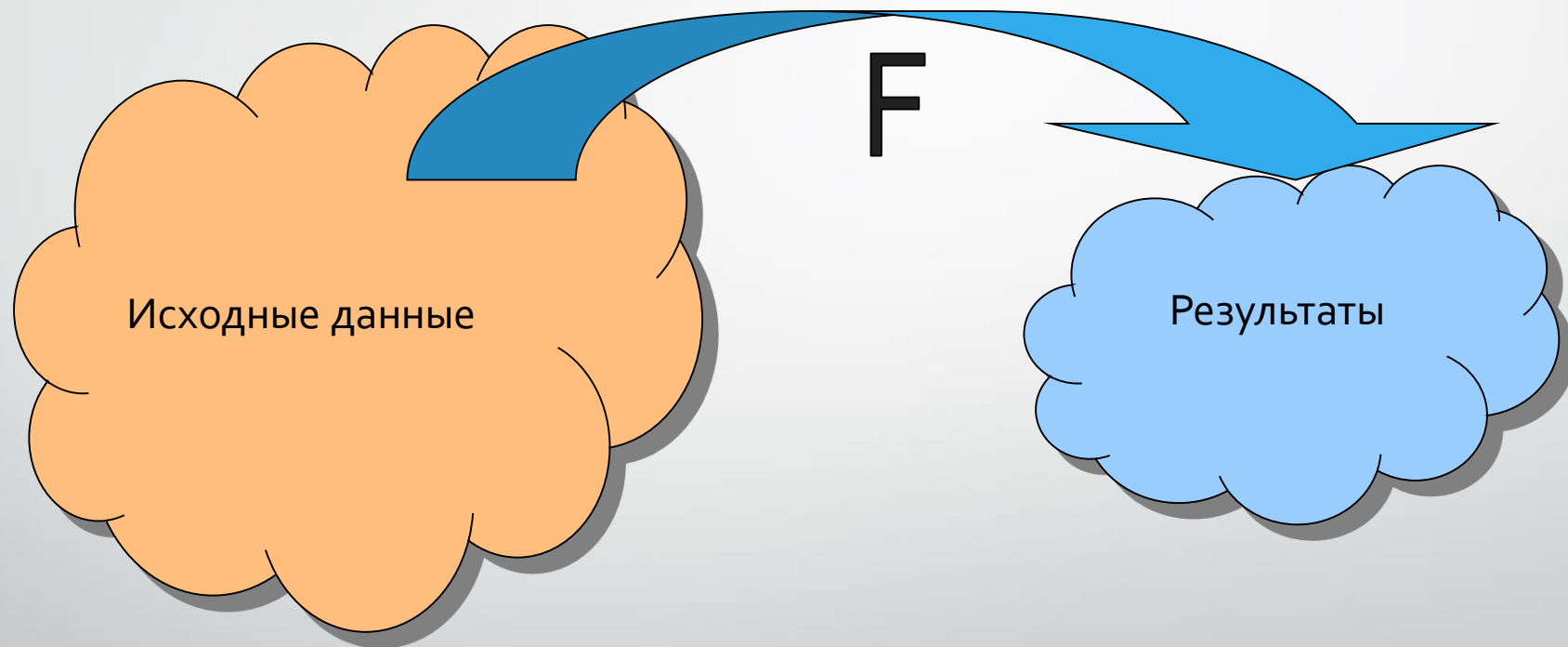
## Компоненты

- Входные данные (10,15)
- Алгоритм - текст на русском языке
- Исполнитель – кто-то, кто понимает смысл написанного текста
- Ограничения

## Свойства

- Дискретность
- Определенность (детерминизм)
- Конечность
- Результативность
- Массовость
- Эффективность

# Формализация понятия «алгоритм»



# Отступление: ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

- Элемент множества  $a$
- Множество  $A$
- Элемент принадлежит множеству  $a \in A$
- Не принадлежит  $a \notin A$
- $A = \{a, b, c\}$
- $\emptyset$
- Подмножество  $A \subset B \Leftrightarrow \forall a \in A : a \in B$
- $A = B \Leftrightarrow A \subset B$  и  $B \subset A$

# Отступление: основные операции теории множеств

- Объединение
- Пересечение
- Разность
- Декартово (прямое) произведение

$$A \cup B$$

$$A \cap B = \{a \in A : a \in B\}$$

$$A \setminus B = \{a \in A : a \notin B\}$$

$$A \times B$$

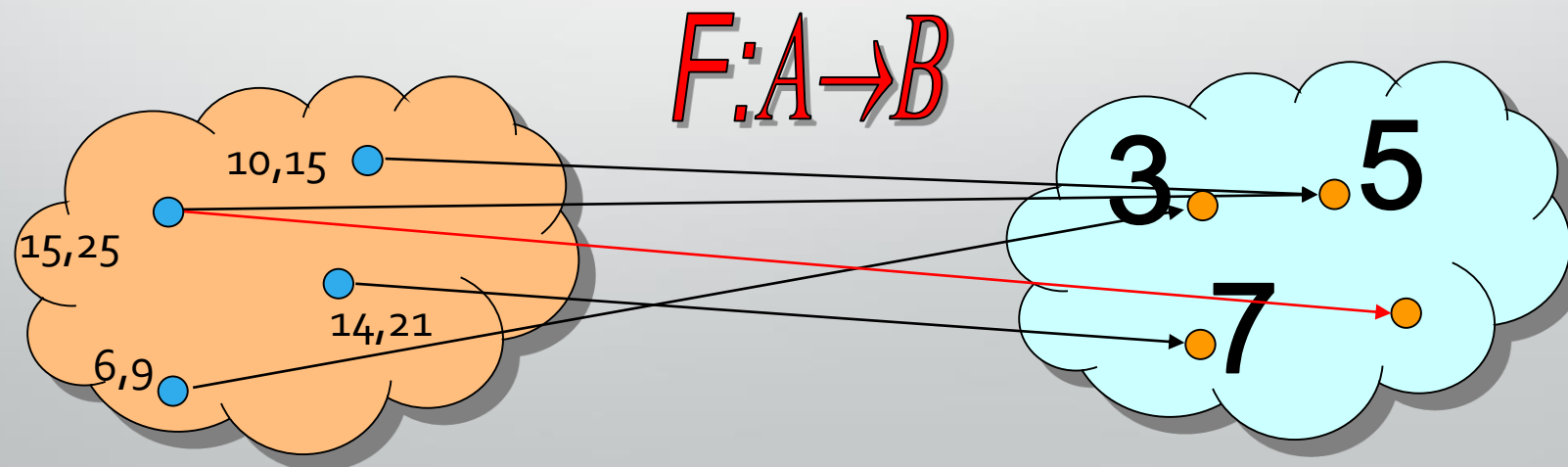
$$\diamond A = \{0, 1\}, B = \{a, b, c\}, \quad A \times B = \{0a, 0b, 0c, 1a, 1b, 1c\}$$

$$A_1 \times A_2 \times A_3 \times \dots \times A_n$$

$$A^0 = \emptyset, A^1 = A, A^2 = A \times A, A^n = \underbrace{A \times A \times A \times \dots \times A}_n$$

# Формализация понятия «Функция»

- Множество  $F$  есть функция из множества  $A$  в  $B$  тогда и только тогда, когда  $F \subseteq A \times B$ , причем, если  $a \in A$ , а  $b, c \in B$  и  $ab \in F$ , и  $ac \in F$ , то  $b=c$ .



# Формализация понятия «алгоритм» (окончание)

- $A = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$  - алфавит
- $A^* = A^0 \cup A^1 \cup A^2 \cup \dots \cup A^n$  - множество всех слов, состоящих не более чем из  $n$  символов.
- $F: A^* \rightarrow A^*$



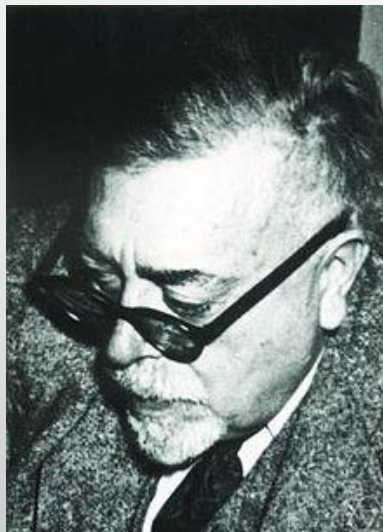
**Алан Тьюринг**



**Эмиль Пост**



**Алонзо Чёрч**



**Норберт Винер**



**Андрей Марков**





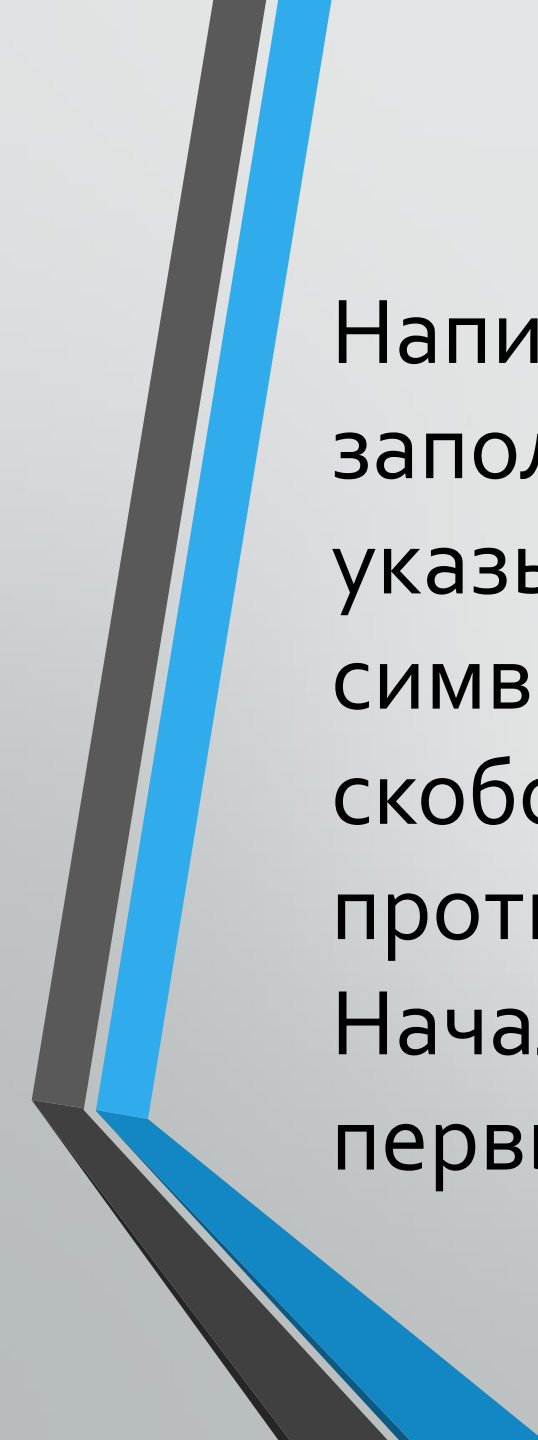
# Пример первый: Машина Тьюринга

1936 год



# Тезис Чёрча - Тьюринга

- Любая вычислительная процедура может быть выполнена на машине Тьюринга.



Написать программу для машины Тьюринга, заполняющую ячейку ленты, на которую указывает головка в конечном состоянии, символом  $1$ , если на ленте задано правильное скобочное выражение и символом  $0$  – в противном случае.

Начальное положение головки – установлена на первый символ скобочного выражения.

Вариант программы на  
C++

```
#include <iostream>
#include <string>
using namespace std;
string str;
int main() {
int s=0;
    cin >> str;
    for(int i=0;i<str.length();i++)
        if(str[i]=='(') s++; else if(--s<0) break;
    cout << (s?"No":"Yes") << endl;
    return 0;
}
```



М. МИНСКИЙ

# ВЫЧИСЛЕНИЯ И АВТОМАТЫ

Перевод с английского  
Б. Л. Овсиевича и Л. Я. Розенблюма

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»  
Москва 1971

УДК 681.14

351  
М622

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА  
пр. Горького  
МГУ

4325-2-41<sub>33</sub>

3

Монография одного из крупнейших американских ученых рассматривает фундаментальные вопросы теории автоматов. Изложена классическая теория конечных автоматов, машин Тьюринга и систем Поста. Подход автора в значительной степени отличается от традиционного. В его основе лежит понятие эффективной процедуры, включающее язык для описания поведения и характеристику устройства, способного выполнять предписания, зафиксированные на этом языке. Многие достоинства книги, и прежде всего блестящая систематизация результатов, полученных в теории автоматов за последнее десятилетие, делают ее весьма ценным руководством для исследователей и инженеров, работающих в области вычислительной техники и автоматического управления. Интересна она также для студентов и аспирантов, избравших своей специальностью вычислительную технику и смежные с ней области.

*Редакция литературы по новой технике*

Инд. 3-3-14  
133-70

Начнем анализ с закрывающейся  
скобки:  
начальное состояние – её поиск

↓  
 $\lambda ((( ( ) ( ( ( ) ) ) ) ) ) \lambda$

	$q_0$	$q_1$
(	$(q_0 R$	
)		
$\lambda$		

Скобка найдена:  
отметим её и новое  
состояние – поиск напарника

↓  
((((X()((())))))

	$q_0$	$q_1$
(	( $q_0$ R	
)	X $q_1$ L	
X		
$\lambda$		



Напарник найден:  
отметим его и начнем поиск  
новой закрывающейся скобки

↓  
(((~~X~~X()((()()))))

	$q_0$	$q_1$
(	( $q_0$ R	X $q_0$ R
)	X $q_1$ L	
X		
$\lambda$		

Напарник найден:  
отметим его и начнем поиск  
новой закрывающейся скобки

↓  
(((~~X~~X()((())))))

	$q_0$	$q_1$
(	( $q_0$ R	X $q_0$ R
)	X $q_1$ L	
X	X $q_0$ R	X $q_1$ L
$\lambda$		

Напарник найден:  
отметим его и начнем поиск  
новой закрывающейся скобки

↓  
(((~~X~~X()((())))

	$q_0$	$q_1$
(	( $q_0$ R	X $q_0$ R
)	X $q_1$ L	) $q_1$ L
X	X $q_0$ R	X $q_1$ L
$\lambda$		

Напарник не найден:  
не верное скобочное выражение

↓  
λ...X()(())

	$q_0$	$q_1$
(	( $q_0$ R	X $q_0$ R
)	X $q_1$ L	) $q_1$ L
X	X $q_0$ R	X $q_1$ L
λ		0 - S

Напарник найден:  
отметим его и начнем поиск  
новой закрывающейся скобки

↓  
(((~~X~~X()((())))

	$q_0$	$q_1$
(	( $q_0$ R	X $q_0$ R
)	X $q_1$ L	) $q_1$ L
X	X $q_0$ R	X $q_1$ L
$\lambda$		0 - S

Закрывающейся скобки не  
найдено: новое состояние –  
поиск открывающихся скобок

(((X...λ

	$q_0$	$q_1$	$q_2$
(	( $q_0$ R	X $q_0$ R	
)	X $q_1$ L	) $q_1$ L	
X	X $q_0$ R	X $q_1$ L	X $q_2$ L
λ	λ $q_2$ L	0 - S	

Найдены – структура не верная,  
не найдены - верная

↓  
 $\lambda(((X\dots\lambda$

	$q_0$	$q_1$	$q_2$
(	( $q_0$ R	X $q_0$ R	0 - S
)	X $q_1$ L	) $q_1$ L	
X	X $q_0$ R	X $q_1$ L	X $q_2$ L
$\lambda$	$\lambda$ $q_2$ L	0 - S	1 - S

## Алфавит

$\alpha = \{ (, ), 0, 1, X \}$

## Состояния

$q_0$  – исходное и поиск

$q_1$  – влево до парной

$q_2$  - влево до финиша

$(q_0 \rightarrow (q_0R$

$)q_0 \rightarrow Xq_1L$

$Xq_0 \rightarrow Xq_0R$

$\lambda q_0 \rightarrow \lambda q_2L$

$Xq_1 \rightarrow Xq_1L$

$)q_1 \rightarrow )q_1L$

$(q_1 \rightarrow Xq_0R$

$\lambda q_1 \rightarrow 0-S$

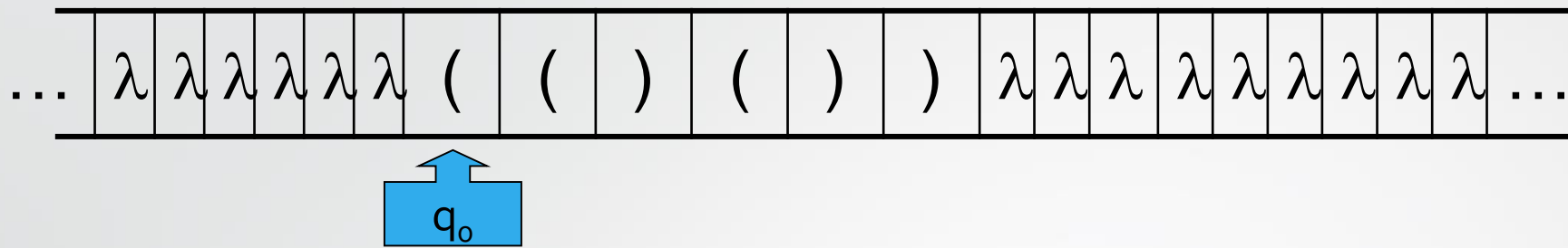
$Xq_2 \rightarrow Xq_2L$

$)q_2 \rightarrow \dots$

$(q_2 \rightarrow 0-S$

$\lambda q_2 \rightarrow 1-S$





$$(q_0 \rightarrow (q_0 R$$

$$)q_0 \rightarrow Xq_1 L$$

$$Xq_0 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_0 \rightarrow \lambda q_2 L$$

$$Xq_1 \rightarrow Xq_1 L$$

$$)q_1 \rightarrow )q_1 L$$

$$(q_1 \rightarrow Xq_0 R$$

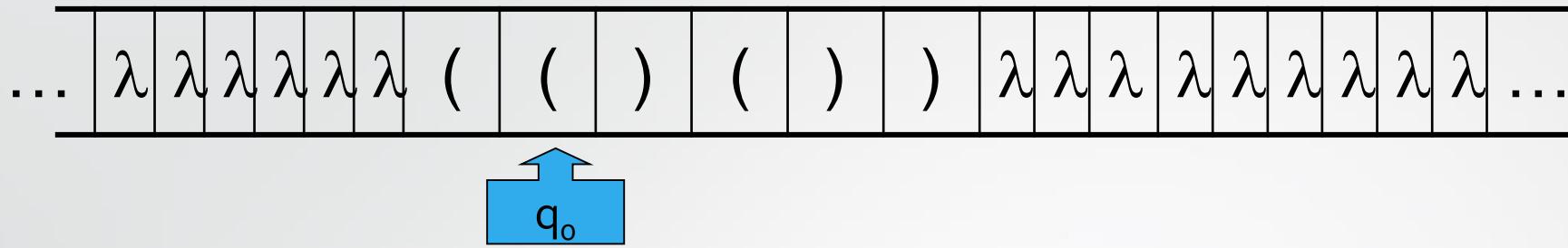
$$\lambda q_1 \rightarrow o-S$$

$$Xq_2 \rightarrow Xq_2 L$$

$$)q_2 \rightarrow \dots$$

$$(q_2 \rightarrow o-S$$

$$\lambda q_2 \rightarrow 1-S$$



$$(q_0 \rightarrow (q_0 R$$

$$)q_0 \rightarrow Xq_1 L$$

$$Xq_0 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_0 \rightarrow \lambda q_2 L$$

$$Xq_1 \rightarrow Xq_1 L$$

$$)q_1 \rightarrow )q_1 L$$

$$(q_1 \rightarrow Xq_0 R$$

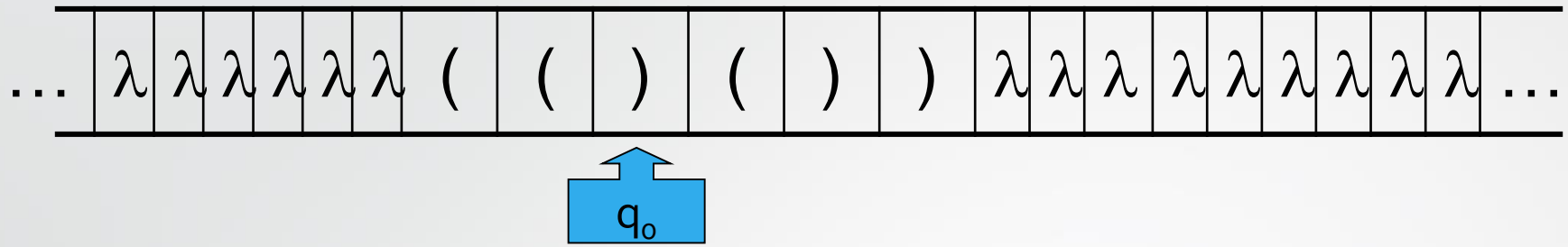
$$\lambda q_1 \rightarrow o-S$$

$$Xq_2 \rightarrow Xq_2 L$$

$$)q_2 \rightarrow \dots$$

$$(q_2 \rightarrow o-S$$

$$\lambda q_2 \rightarrow 1-S$$



$$(q_0 \rightarrow (q_0 R$$

$$)q_0 \rightarrow Xq_1 L$$

$$Xq_0 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_0 \rightarrow \lambda q_2 L$$

$$Xq_1 \rightarrow Xq_1 L$$

$$)q_1 \rightarrow )q_1 L$$

$$(q_1 \rightarrow Xq_0 R$$

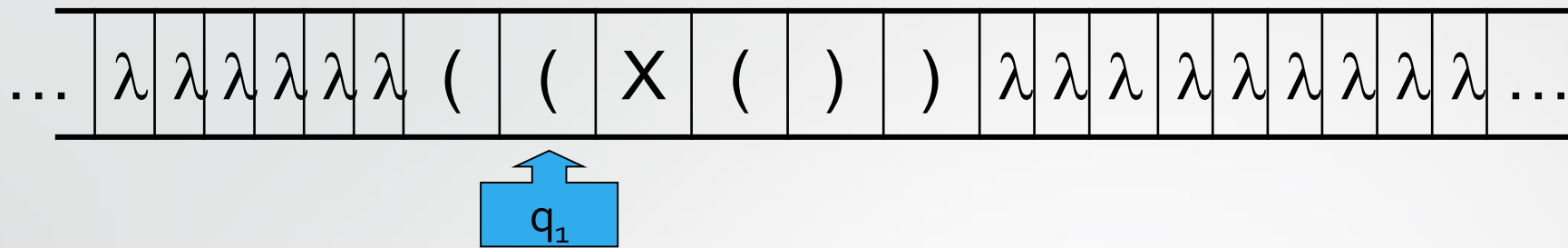
$$\lambda q_1 \rightarrow o-S$$

$$Xq_2 \rightarrow Xq_2 L$$

$$)q_2 \rightarrow \dots$$

$$(q_2 \rightarrow o-S$$

$$\lambda q_2 \rightarrow 1-S$$



$$(q_0 \rightarrow (q_0 R$$

$$)q_0 \rightarrow Xq_1 L$$

$$Xq_0 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_0 \rightarrow \lambda q_2 L$$

$$Xq_1 \rightarrow Xq_1 L$$

$$)q_1 \rightarrow )q_1 L$$

$$(q_1 \rightarrow Xq_0 R$$

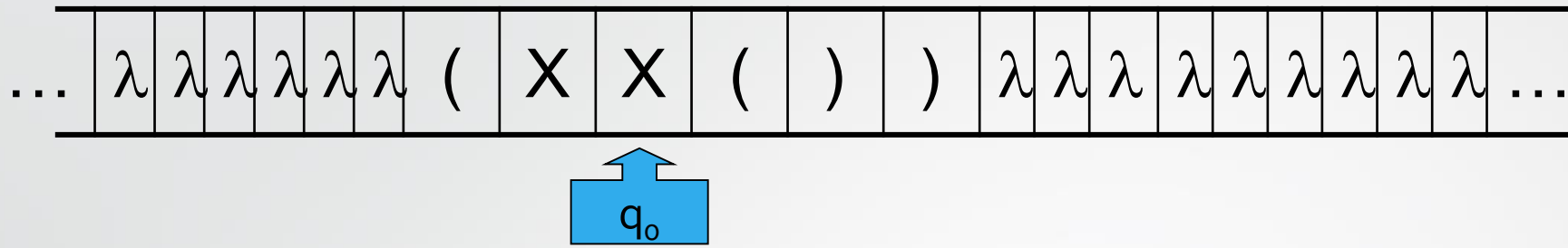
$$\lambda q_1 \rightarrow o-S$$

$$Xq_2 \rightarrow Xq_2 L$$

$$)q_2 \rightarrow \dots$$

$$(q_2 \rightarrow o-S$$

$$\lambda q_2 \rightarrow 1-S$$



$$(q_0 \rightarrow (q_0 R$$

$$)q_0 \rightarrow Xq_1 L$$

$$Xq_0 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_0 \rightarrow \lambda q_2 L$$

$$Xq_1 \rightarrow Xq_1 L$$

$$)q_1 \rightarrow )q_1 L$$

$$(q_1 \rightarrow Xq_0 R$$

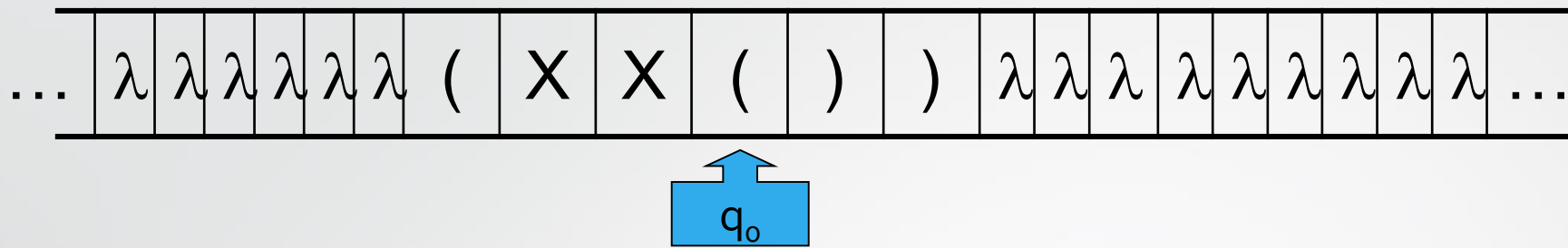
$$\lambda q_1 \rightarrow o-S$$

$$Xq_2 \rightarrow Xq_2 L$$

$$)q_2 \rightarrow \dots$$

$$(q_2 \rightarrow o-S$$

$$\lambda q_2 \rightarrow 1-S$$



$$(q_0 \rightarrow (q_0 R$$

$$)q_0 \rightarrow Xq_1 L$$

$$Xq_0 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_0 \rightarrow \lambda q_2 L$$

$$Xq_1 \rightarrow Xq_1 L$$

$$)q_1 \rightarrow )q_1 L$$

$$(q_1 \rightarrow Xq_0 R$$

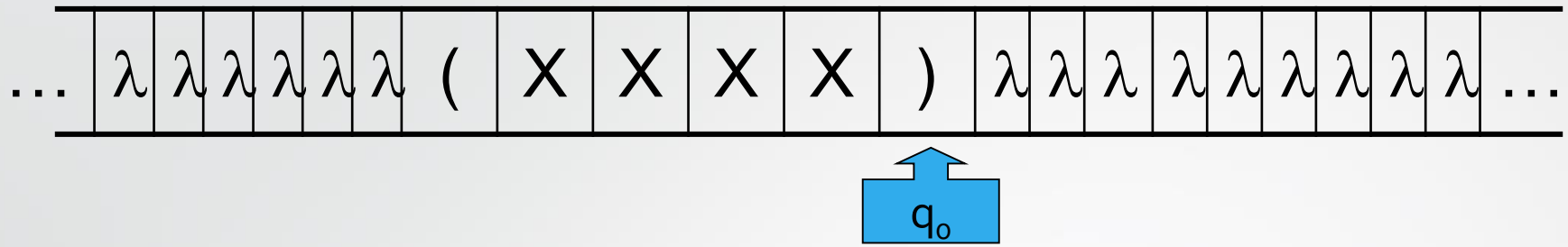
$$\lambda q_1 \rightarrow o-S$$

$$Xq_2 \rightarrow Xq_2 L$$

$$)q_2 \rightarrow \dots$$

$$(q_2 \rightarrow o-S$$

$$\lambda q_2 \rightarrow 1-S$$



$$(q_0 \rightarrow (q_0 R$$

$$)q_0 \rightarrow Xq_1 L$$

$$Xq_0 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_0 \rightarrow \lambda q_2 L$$

$$Xq_1 \rightarrow Xq_1 L$$

$$)q_1 \rightarrow )q_1 L$$

$$(q_1 \rightarrow Xq_0 R$$

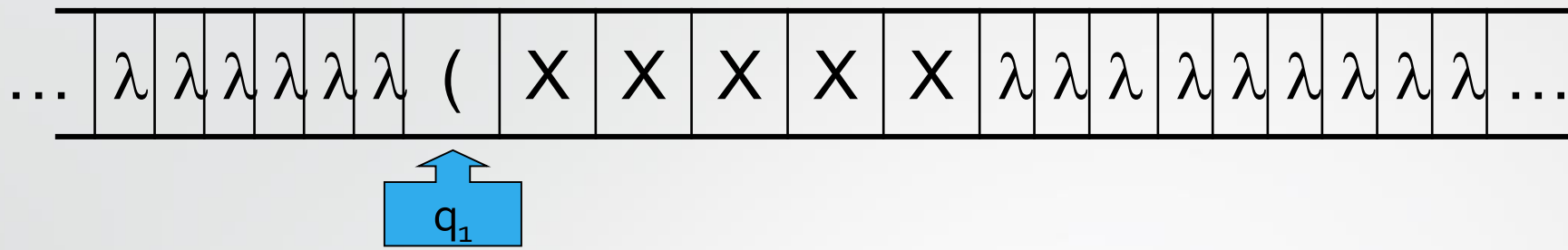
$$\lambda q_1 \rightarrow o-S$$

$$Xq_2 \rightarrow Xq_2 L$$

$$)q_2 \rightarrow \dots$$

$$(q_2 \rightarrow o-S$$

$$\lambda q_2 \rightarrow 1-S$$



$$(q_0 \rightarrow (q_0 R$$

$$)q_0 \rightarrow Xq_1 L$$

$$Xq_0 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_0 \rightarrow \lambda q_2 L$$

$$Xq_1 \rightarrow Xq_1 L$$

$$)q_1 \rightarrow )q_1 L$$

$$(q_1 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_1 \rightarrow o-S$$

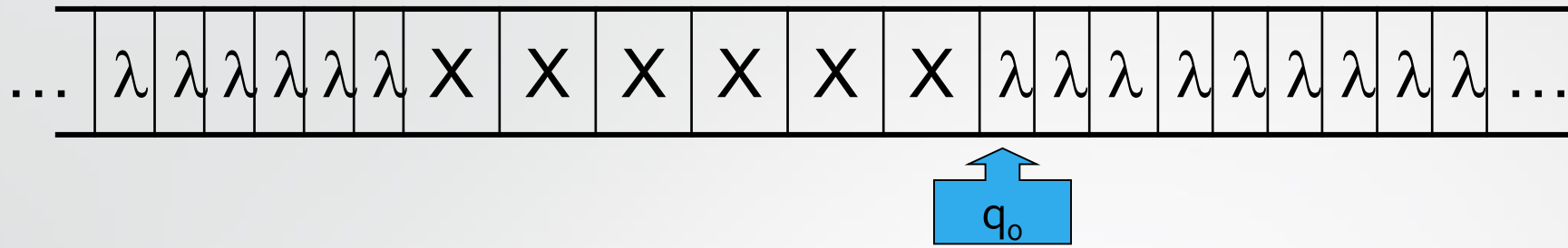
$$Xq_2 \rightarrow Xq_2 L$$

$$)q_2 \rightarrow \dots$$

$$(q_2 \rightarrow o-S$$

$$\lambda q_2 \rightarrow 1-S$$





$$(q_0 \rightarrow (q_0 R$$

$$)q_0 \rightarrow Xq_1 L$$

$$Xq_0 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_0 \rightarrow \lambda q_2 L$$

$$Xq_1 \rightarrow Xq_1 L$$

$$)q_1 \rightarrow )q_1 L$$

$$(q_1 \rightarrow Xq_0 R$$

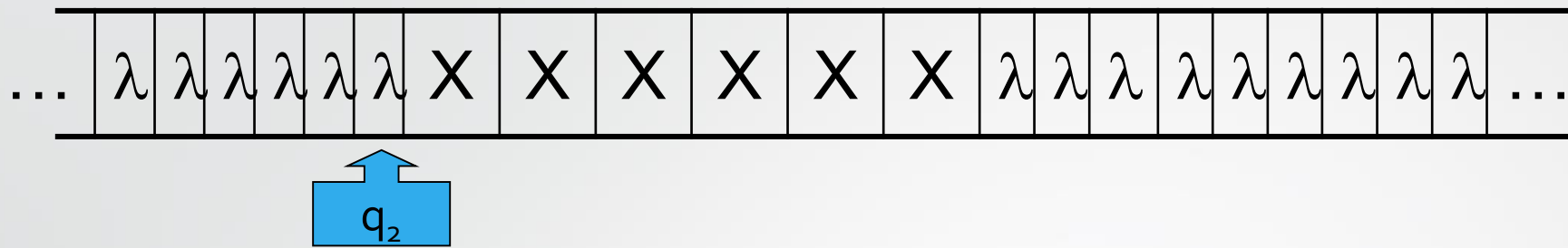
$$\lambda q_1 \rightarrow o-S$$

$$Xq_2 \rightarrow Xq_2 L$$

$$)q_2 \rightarrow \dots$$

$$(q_2 \rightarrow o-S$$

$$\lambda q_2 \rightarrow 1-S$$



$$(q_0 \rightarrow (q_0 R$$

$$)q_0 \rightarrow Xq_1 L$$

$$Xq_0 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_0 \rightarrow \lambda q_2 L$$

$$Xq_1 \rightarrow Xq_1 L$$

$$)q_1 \rightarrow )q_1 L$$

$$(q_1 \rightarrow Xq_0 R$$

$$\lambda q_1 \rightarrow o-S$$

$$Xq_2 \rightarrow Xq_2 L$$

$$)q_2 \rightarrow ---$$

$$(q_2 \rightarrow o-S$$

$$\lambda q_2 \rightarrow 1-S$$

•  $)0 \rightarrow X1L$

$(0 \rightarrow (0R$

$X0 \rightarrow X0R$

$00 \rightarrow 02L$

•  $(1 \rightarrow X0R$

$X1 \rightarrow X1L$

$01 \rightarrow n0S$

•  $(2 \rightarrow n0S$

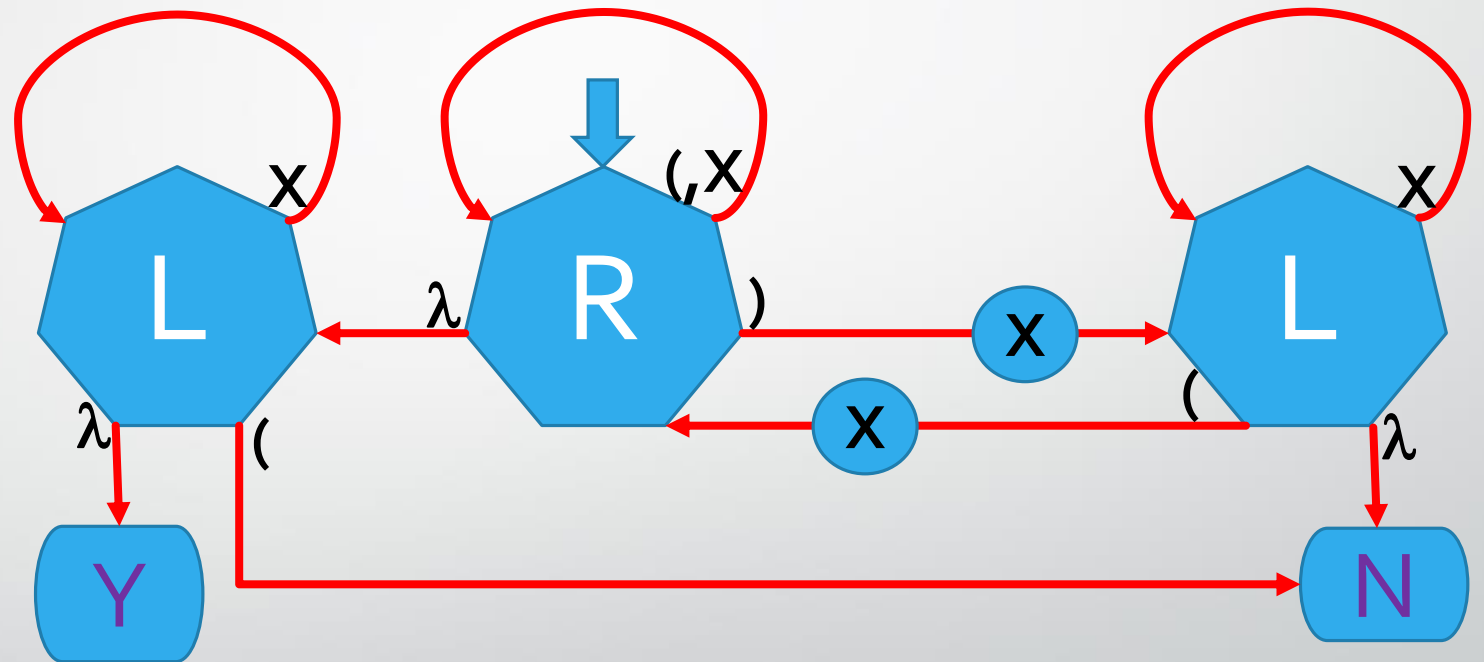
$X2 \rightarrow X2L$

$02 \rightarrow y0S$

2 – Финишный поиск влево

0 – Старт и поиск вправо

1 – Поиск влево



# Композиция машин Тьюринга

- )  $o \rightarrow X_1 L$   
(  $o \rightarrow (o R$   
 $X_0 \rightarrow X_0 R$   
 $o o \rightarrow o_2 L$

- (  $1 \rightarrow X_0 R$   
 $X_1 \rightarrow X_1 L$   
 $o 1 \rightarrow n o S$

- (  $2 \rightarrow n o S$   
 $X_2 \rightarrow X_2 L$   
 $o 2 \rightarrow y o S$

...ooo(((((o)))o((o)))o((o)))ooo...

- )  $o \rightarrow X_1 L$   
(  $o \rightarrow (o R$   
 $X_0 \rightarrow X_0 R$   
 $o o \rightarrow o_2 L$

- (  $1 \rightarrow X_0 R$   
 $X_1 \rightarrow X_1 L$   
 $o 1 \rightarrow n o S$

- (  $2 \rightarrow n o S$   
 $X_2 \rightarrow X_2 L$   
 $o 2 \rightarrow y o S$

# Композиция машин Тьюринга

- $)0 \rightarrow X_1L$

$(0 \rightarrow (0R$

$X0 \rightarrow X0R$

$00 \rightarrow 02L$

- $(1 \rightarrow X0R$

$X1 \rightarrow X1L$

$01 \rightarrow n0S$

- $(2 \rightarrow n0S$

$X2 \rightarrow X2L$

$02 \rightarrow y0S$



...000XXXXXXXXXXXXXXXXXX0()  
()

# Композиция машин Тьюринга

- $)0 \rightarrow X_1L$   
 $(0 \rightarrow (0R$   
 $X0 \rightarrow X0R$   
 $00 \rightarrow 02L$

- $(1 \rightarrow X0R$   
 $X1 \rightarrow X1L$   
 $01 \rightarrow n0S$

- $(2 \rightarrow n0S$   
 $X2 \rightarrow X2L$   
 $02 \rightarrow 03R$



...000XXXXXXXXXXXXXXXXXX0(())000...

$X_3 \rightarrow 0_3R$   
 $0_3 \rightarrow 0_4R$

- $)4 \rightarrow X_5L$   
 $(4 \rightarrow (4R$   
 $X4 \rightarrow X4R$   
 $04 \rightarrow 06L$

- $(5 \rightarrow X4R$   
 $X5 \rightarrow X5L$   
 $05 \rightarrow n0S$

- $(6 \rightarrow n0S$   
 $X6 \rightarrow X6L$   
 $06 \rightarrow y0S$

