УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
и довузовской подготовке
А.А. Воронов
27 июня 2017 г.

П Р О Г Р А М М А

по дисциплине: **Вычислительная математика**
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»
физтех-школа**: ФАКТ**
факультет: **ФАКИ**
кафедра: **информатики и вычислительной математики**
курс: 3
семестр: 5
Трудоемкость: базовая часть –2 зач. ед.

лекции – 30 часов — Экзамен – нет
практические (семинарские) занятия - нет
лабораторные занятия – 30 часов — Диф. зачет – 5 семестр

Самостоятельная работа – 12 часов.

ВСЕГО ЧАСОВ – 60

Программу и задание составил д.ф.-м.н., профессор В. В. Демченко

Программа принята на заседании кафедры
информатики и вычислительной математики
18 апреля 2017 года.

Заведующий кафедрой д.ф.-м.н., профессор И. Б. Петров

I. Предмет вычислительной математики

Специфика машинных вычислений. Элементарная теория погрешностей.

II. Решение систем линейных алгебраических уравнений

Нормы в конечномерных пространствах. Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений.
Прямые методы решения: метод Гаусса, метод Гаусса с выбором главного элемента, метод прогонки для систем специального вида, * методы ортогонализации.
Итерационные методы решения линейных систем. Метод простой итерации. Необходимые, достаточные условия сходимости метода простой итерации. *Доказательство теоремы. Метод Зейделя. *Теорема о необходимых и достаточных условиях сходимости метода Зейделя. *Теорема о сходимости метода Зейделя для симметричной и положительно определённой матрицы системы.

III. Методы численного решения нелинейных уравнений и систем уравнений

Локализация корней. *Алгебраические уравнения и теоремы Декарта, Бюдана–Фурье, Штурма (без доказательства).
Принцип сжимающих отображений (теорема). Метод простой итерации. Условие сходимости метода простой итерации*. Теорема о достаточных условиях сходимости метода простой итерации для системы нелинейных уравнений.
Метод Ньютона. Порядок сходимости и условия достижения заданной точности итерационных методов*. Теоремы о сходимости метода Ньютона для скалярного уравнения и системы уравнений в окрестности корня.
*Методы высших порядков сходимости и наискорейшего спуска для системы уравнений.

IV. Приближение функций, заданных на дискретном множестве

*Обобщённый интерполяционный многочлен, теорема о существовании и единственности обобщённого интерполяционного многочлена.
Задача алгебраической интерполяции. Существование и единственность алгебраического интерполяционного полинома. Интерполяционный полином в форме Лагранжа и в форме Ньютона. Остаточный член интерполяции. Интерполяция по чебышёвским узлам. Оценка погрешности интерполяции для функций, заданных с ошибками. *Многочлены Эрмита. Кусочно-многочленная интерполяция. Интерполяция сплайнами.
*Среднеквадратичное приближение и теоремы: 1) о необходимых и достаточных условиях линейной зависимости элементов в гильбертовом пространстве, 2) об элементе наилучшего среднеквадратичного приближения. Переопределенные системы линейных алгебраических уравнений.
*Равномерное приближение: многочлены Чебышёва, теорема об алгебраическом многочлене, наименее уклоняющемся от нуля.

V. Численное дифференцирование. Численное интегрирование

Простейшие формулы численного дифференцирования. Оценка погрешности.
Квадратурные формулы Ньютона–Котеса (прямоугольников, трапеций, Симпсона) и оценка их погрешности.
Квадратурные формулы Гаусса. Теорема об узлах квадратурной формулы Гаусса*. Методы Монте-Карло.

VI. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)

Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о связи аппроксимации, устойчивости, сходимости.
Простейшие численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Методы Рунге–Кутты (МР-К) для ОДУ. *Вывод расчётных формул и таблицы Бутчера для (МР-К). *Оценка погрешности.
*Методы Адамса. *Особенности численной реализации и сохранения порядка.

Литература

Основная

1. **Упражнения и задачи контрольных работ по вычислительной математике. Ч .1 / под ред. В. В. Демченко. — М.: МФТИ, 2013.
2. *Демченко В.В.* Вычислительный практикум по прикладной математике. — М.: МФТИ, 2007. — 196 с.
3. *Рябенький В.С.* Введение в вычислительную математику. — М.: Наука–Физматлит, 1994. — 335 с.; 3-е изд. — М.: Физматлит, 2008. — 288 с. (Физтеховский учебник)
4. *Демидович Б.П.*, *Марон И.А.* Основы вычислительной математики — М.: Наука, 1970. — 664 с.
5. *Косарев В.И.* 12 лекций по вычислительной математике (вводный курс). — Изд. 3-е, испр.и доп.— М.: Физматкнига, 2013. – 240 с.
6. *Лобанов А.И.*, *Петров И.Б.* Лекции по вычислительной математике. — М.: Интернет-университет информационных технологий, 2006. — 522 с.
7. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. — СПб: БХВ-Петербург, 2011. —592 с.

Дополнительная

1. *Годунов С.К.*, *Рябенький В.С.* Разностные схемы. — М.: Наука–Физматлит, 1973. — 400 с.

1-я контрольная работа – вторая декада октября.

ЗАДАНИЕ 1 (срок сдачи 15—25 октября)

*Задачи из «Сборник задач для упражнений по курсу вычислительной математики / под ред. В.С. Рябенького». — М.: МФТИ, 1988.

Задачи: 1.1*, 1.3*, 1.4*, 1.5*, 2.1*, 4.1*, 4.4*, 4.8*(г), 4.11а*, 4.12* г.;
По 1**: 2.1.8**, 2.2.4**, 2.3.5**, 2.3.6**, 3.1.4**, 3.2.4**, 3.2.10**, 3.3.1**, 3.3.8**.

Задача № 20

Оценить погрешность формул численного дифференцирования, приближающих первую производную в точке x на равномерной сетке с шагом h:

$$а)\, f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x)}{h};\; б)\, f'(x) = \frac{3f(x)-4f(x-h)+f(x-2h)}{2h}.$$

Для функций $f(x)=x^3$, $f(x)=\sin x$ при $x=0,\ h=0.1$ произвести вычисления по формулам а) и б). Объяснить полученные результаты.

Задача № 21

Пусть $d_k > 0, k=\overline{1,n}$. Доказать, что $\sum_{k=1}^{n} d_k \left|x_k\right|$ есть норма вектора $\vec{x}$, и найти норму матрицы, подчиненную этой норме вектора.

Задача № 22 дается преподавателем для практического решения на ЭВМ.

2-я контрольная работа — вторая декада декабря.

ЗАДАНИЕ 2 (срок сдачи 15–25 декабря)

Задачи: 3.1*, 3.4*, 5.1*, 5.5*, 5.7*, 5.8*, 5.11*, 6.3a*, 7.1*, 7.3*, 7.4*, 4.1.4**, 4.1.10**, 4.2.5**, 4.2.10**, 4.3.7**, 4.3.9**, 5.1.8**, 5.2.3**, 6.2.5**, 6.3.7**.

Задачи № 22, 23 даются преподавателем для практического решения на ЭВМ.