

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
и довузовской подготовке  
А.А. Воронов  
27 июня 2017 г.

## ПРОГРАММА

по дисциплине: Вычислительная математика  
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика  
и физика»  
физтех-школа: **ФПМИ**  
факультет: **ФУПМ**  
кафедра: информатики и вычислительной математики  
курс: 3  
семестр: 5  
Трудоемкость: базовая часть – 2 зач. ед.

лекции – 30 часов                                  Экзамен – нет  
практические (семинарские)  
занятия – нет    Диф. зачет – 5 семестр  
лабораторные занятия – 30 часов  
Самостоятельная работа – 12 часов.

ВСЕГО ЧАСОВ – 60

Программу и задание составил д.ф.-м.н., профессор И. Б. Петров

Программа принята на заседании кафедры  
информатики и вычислительной математики  
18 апреля 2017 года.

Заведующий кафедрой д.ф.-м.н., профессор

И. Б. Петров

**Предмет вычислительной математики.** Специфика машинных вычислений. Элементарная теория погрешностей.

**Численное дифференцирование.** Простейшие формулы численного дифференцирования. Оценка погрешности. Оптимальный шаг численного дифференцирования.

**Решение систем линейных алгебраических уравнений.** Нормы в конечномерных пространствах. Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений. Прямые методы решения: метод Гаусса, метод Гаусса с выбором главного элемента, метод прогонки для систем специального вида. Оценка погрешности численных методов решения алгебраических систем.

Итерационные методы решения линейных систем. Метод простых итераций. Необходимое, достаточное условие сходимости метода простых итераций. Метод Зейделя.

\*Метод верхней релаксации. \*Методы решения, основанные на минимизации функционалов. \*Метод сопряженных градиентов. Переопределенные системы линейных алгебраических уравнений.

**Приближение функций, заданных на дискретном множестве.** Задача алгебраической интерполяции. Существование и единственность алгебраического интерполяционного полинома. Интерполяционный полином в форме Лагранжа и в форме Ньютона. Остаточный член интерполяции. Интерполяция по чебышёвским узлам. Оценка погрешности интерполяции для функций, заданных с ошибками. Кусочно-многочленная интерполяция. Интерполяция сплайнами.

\*Понятие о сглаживающих сплайнах. \*В-сплайны. \*Тригонометрическая интерполяция.

**Численное интегрирование.** Квадратурные формулы Ньютона–Котеса (прямоугольников, трапеций, Симпсона) и оценка их погрешности. Квадратурные формулы Гаусса.

**Методы численного решения уравнений и систем нелинейных уравнений.** Локализация корней. Принцип сжимающих отображений. Метод простых итераций. Условие сходимости метода простых итераций. Метод Ньютона. Порядок сходимости и условия достижения заданной точности итерационных методов. Теорема о квадратичной сходимости метода Ньютона.

\*Понятие о дискретных отображениях, их связь с итерационными методами. \*Бифуркации в логистическом отображении.

**Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).** Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о связи аппроксимации, устойчивости, сходимости. Простейшие численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Методы Рунге–Кутты решения систем ОДУ. Устойчивость методов Рунге–Кутты.

\*Экспоненциальная оценка устойчивости, устойчивость при различных типах поведения решения (на устойчивых и «не устойчивых» траекториях).

Правило Рунге оценки погрешности. \*Управление длиной шага при численном интегрировании систем ОДУ. \*Вложенные методы Рунге–Кутты.

**Жесткие системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ЖС ОДУ).** Линейные ЖС ОДУ. Численное решение ЖС ОДУ. А-устойчивые и  $A(\alpha)$ -устойчивые методы решения нелинейных ЖС ОДУ. Асимптотическая устойчивость численных методов (L-устойчивость). Неявные методы Рунге–Кутты.

\*Методы Розенброка. \*Формулы дифференцирования назад (ФДН) и методы Гира. \*Методы Гира в представлении Нордсика.

## Литература

### Основная

1. *Рябенский В.С.* Введение в вычислительную математику. — М.: Наука–Физматлит, 1994. — 335 с.; 3-е изд. — М.: Физматлит, 2008. — 288 с. (Физтеховский учебник)
2. *Федоренко Р.П.* Введение в вычислительную физику. — М.: МФТИ, 1994. — 528 с.— 2-е изд. под редакцией А.И. Лобанова — Долгопрудный: ИД «Интеллект», 2008. — 504 с. (Физтехковский учебник)
3. *Косарев В.И.* 12 лекций по вычислительной математике. — 3-е изд. — М.: Физматкнига, 2013. — 240 с.
4. *Лобанов А.И., Петров И.Б.* Лекции по вычислительной математике. — М.: Интернет-университет информационных технологий, 2006. — 522 с.
5. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. — СПб: БХВ-Петербург, 2011. — 592 с.
6. Аристова Е.Н, Завьялова Н.А., Лобанов А.И. Практические занятия по вычислительной математике. Часть I. — М.: Изд-во МФТИ, 2014. — 242 с.

### Дополнительная

7. Лабораторный практикум «Основы вычислительной математики». — 2-е изд, исправленное и дополненное / *В.Д. Иванов, В.И. Косарев, А.И. Лобанов, И.Б. Петров, В.Б. Пирогов, В.С. Рябенский, Т.К. Старожилова, А.Г. Тормасов., С.В. Утюжников, А.С. Холодов* . — М.: МЗ-пресс, 2003. — 196 с.
8. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы. — М.: Наука, 1989.
9. *Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. — М.: Мир, 1990. — 512 с.
10. *Хайрер Э., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. — М.: Мир, 1999. — 685 с.
11. *Амосов А.А., Дубинский Ю. А., Копченова Н.П.* Вычислительные методы для инженеров. — М.: Высшая школа, 1994.

12. *Каханер Д., Моулер К., Нэй С.* Численные методы и программное обеспечение. — М.: Мир, 1998. — 575 с.
13. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.Г.* Численные методы. — 8-е изд. — М.: Лаборатория базовых знаний, 2000. — 624 с.

**1-я контрольная работа** (аудиторная) – первая декада октября.

### **ЗАДАНИЕ 1**

(срок сдачи 15–25 октября)

Задачи в задании даны по [6] основного списка литературы:

Глава I: 6.5, 8.15, 8.16, 8.20, 8.23, 8.33;

Глава II: 7.4, 7.5, 7.25, 7.30 б,в), 9.1 г), 9.2 в), 9.5, 9.16, 9.28, 9.32\*;

Глава III: 4.1, 4.2, 4.3, 4.6\*;

Глава IV: 9.6, 11.4, 11.13 а), 11.17, 11.23.

\*Практические задачи из разделов I.9, II.10, III.5, IV.12 по согласованию с преподавателем.

\*Лабораторные работы по темам:

1. Погрешности вычислений.
2. Системы линейных уравнений.
3. Переопределенные системы линейных уравнений.
4. Решение нелинейных уравнений.

**2-я контрольная работа** (потоковая) — первая декада декабря.

### **ЗАДАНИЕ 2**

(срок сдачи 10–15 декабря)

Задачи в задании даны по [6] основного списка литературы:

Глава VI: 8.1, 8.10, 8.13, 8.16, 9.21, 9.22, 9.24;

Глава VII: 6.4, 8.6, 8.14 а), 8.19, 8.25 в);

Глава VIII: 7.7, 9.7, 9.11, 10.2 а), 10.3 а, б).

\*Практические задачи из разделов VI.9, VII.10, VIII.10 по согласованию с преподавателем.

\*Лабораторные работы по темам:

1. Интерполяция функций.
2. Численное интегрирование.
3. Обыкновенные дифференциальные уравнения (задача Коши).