УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
и довузовской подготовке
А. А. Воронов
27 июня 2017 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **ИНФОРМАТИКА. Продвинутый курс**
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»
физтех-школа: **ФАКТ**
факультет: **ФАКИ, ФАЛТ**
кафедра: **информатики и вычислительной математики**
курс: 1
семестр: 1

Трудоемкость:
Базовая часть – 4 зачет. ед.;

лекции: – 30 часов	Экзамен – нет
практические (семинарские) занятия: – нет	Зачет дифф. – 1 сем.
лабораторные занятия: – 60 часов	Две контрольные работы
	Самостоятельная работа – 90 часов

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 90

Программу составили: академик РАН В. П. Иванников,
доцент, к.ф.-м.н. П. Н. Коротин
доцент, к.т.н. В. К. Хохлов

Программа принята на заседании
кафедры информатики и вычислительной математики
16 июня 2017 г.

Заведующий кафедрой,
чл.-корр. РАН И. Б. Петров

Структура преподавания дисциплины.

Введение в теорию алгоритмов. Интуитивное понятие алгоритма. Свойства алгоритмов. Понятие об исполнителе алгоритма. Алгоритм как преобразование слов из заданного алфавита. Связь понятия алгоритма с понятием функции. Машина Тьюринга. Нормальные алгорифмы Маркова. Вычислимые функции и их свойства. Невычислимые функции. Различные эквивалентные определения множества вычислимых функций. Алгоритмическая сложность.

Алгоритмические языки. Характеристика алгоритмических языков и их исполнителей. Понятие трансляции.

Понятие о формальных языках. Способы строгого описания формальных языков, понятие о метаязыках. Алфавит, синтаксис и семантика алгоритмического языка. Описание синтаксиса языка с помощью металингвистических формул и синтаксических диаграмм.

Языки программирования. Общие характеристики языков программирования. Алфавит, имена, служебные слова, стандартные имена, числа, текстовые константы, разделители. Препроцессор и комментарии.

Типы данных, их классификация. Переменные и константы. Скалярные типы данных и операции над ними. Старшинство операций, стандартные функции. Выражения и правила их вычисления. Оператор присваивания.

Файлы. Стандартные функции ввода-вывода.

Простые и сложные операторы. Пустой, составной, условный операторы. Оператор варианта. Оператор перехода.

Оператор цикла. Программирование рекуррентных соотношений.

Составные типы данных. Массивы.

Описание функций (процедур). Формальные и фактические параметры. Способы передачи параметров. Локализация имен. Побочные эффекты. Итерации и рекурсии.

Ссылочный тип данных. Методы выделения памяти: статический, динамический и автоматический. Структуры. Битовые поля. Объединения. Перечисления. Декларация typedef.

Алгоритмы сортировки. Понятие внутренней и внешней сортировки. Устойчивая сортировка. Сортировка in-place. Сортировка простыми вставками, простым выбором, метод «пузырька». Шейкер сортировка. Метод Шелла. Быстрая сортировка Хора. Сортировка слиянием. Пирамидальная сортировка. Оценка трудоемкости.

Алгоритмы и структуры данных. Абстрактные структуры данных: список, стек, очередь, очередь с приоритетом, ассоциативный массив. Отображение абстрактных структур данных на структуры хранения: массивы, линейные списки, деревья.

Различные реализации ассоциативного массива: двоичные деревья поиска (АВЛ-деревья, красно-чёрные деревья), перемешанные таблицы (с

прямой и открытой адресацией, использование техники двойного хэширования при открытой адресации). Оценки алгоритмической сложности операций поиска, добавления и удаления элемента.

Классические алгоритмы: перебор с возвратом, жадные алгоритмы. Примеры алгоритмов работы с графами: поиск минимального остового дерева, поиск кратчайшего пути, задача коммивояжера.

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература

1. *Ворожцов А. В., Винокуров Н. А.* Практика и теория программирования. – М.: Физматкнига, 2008.

2. *Керниган Б. У., Ритчи Д. М.* Язык программирования С. – 2-е издание. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006.

Дополнительная литература

1. *Кормен Т. Х., Лейзерсон Ч. И., Ривест Р. Л., Штайн К.* Алгоритмы: построение и анализ.– 3-е изд. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2013.

2. *Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. Пер. с англ. под ред. А. Шеня. – М.: МЦНМО, 2014.*

3. *Шилдт Г.* Полный справочник по С. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005.

4. *Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж.* Структуры данных и алгоритмы. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2000.

5. *Вирт Н.* Алгоритмы и структуры данных. – СПб.: Невский Диалект, 2005.

6. *Седжвик Р.* Фундаментальные алгоритмы на С. – СПб.: ООО «ДиаСофтЮП», 2003.

7. *Митницкий В. Я.* Элементы теории алгоритмов и язык программирования С. – М.: МФТИ, 2001.

Пособия и методические указания

1. *Прут В. В.* Функции алгебры логики. Алгоритмы на языке С. Методические указания. – М.: МФТИ, 2013.

2. *Прут В. В.* Полные системы функций алгебры логики. Алгоритмы на языке С. Методические указания. – М.: МФТИ, 2013.

3. *Прут В. В.* Основные комбинаторные алгоритмы на языке С. Методические указания. – М.: МФТИ, 2013.

4. *Прут В. В.* Алгоритмы обработки структур данных на языке С. Списки, стеки, деревья. Методические указания. – М.: МФТИ, 2013.

5. *Прут В. В.* Сортировка и поиск. Алгоритмы на языке С. Учебно-методическое пособие. – М.: МФТИ, 2014.

6. *Прут В. В.* Введение в графы. Алгоритмы на языке С. Учебно-методическое пособие. – М.: МФТИ, 2014.

7. *Прут В. В.* Свойства графов. Алгоритмы на языке С. Учебно-методическое пособие. – М.: МФТИ, 2014.

Электронные ресурсы

1. http://cs.mipt.ru
2. http://acm.mipt.ru

ЗАДАНИЕ 1

(*срок сдачи 23–28 октября*)

1. Машины Тьюринга

Обозначим как N_0 множество всех неотрицательных целых чисел.

Описать машины Тьюринга, которые реализуют:

1.1. Счетчик четности. Выход машины Тьюринга равен 0 или 1 в зависимости от того, четно или нечетно число единиц в последовательности из 0 и 1, записанной на ленте машины Тьюринга. В конце последовательности стоит символ *B*. В начальном состоянии головка видит первый левый символ.

1.2. Инверсию заданного слова в алфавите {0, 1} (0 заменяет на 1, а 1 – на 0).

1.3. «Переворачивание» заданного слова в алфавите {*a*, *b*, *c*}.

1.4. Сложение двух чисел из множества N_0, записанных на ленте в виде последовательности единиц, а именно:

$$0 \rightarrow 0,\ 1 \rightarrow 01,\ 2 \rightarrow 011,\ 3 \rightarrow 0111,\ 4 \rightarrow 01111,\ \ldots$$

Назовём эту запись *единичной записью* числа. Записи чисел разделены на ленте несколькими пустыми ячейками. Рассмотрите различные варианты начального положения головки машины Тьюринга.

1.5. Сложение двух чисел из N_0, данных в двоичной системе счисления.

1.6. Распознавание правильных скобочных выражений. Правильное скобочное выражение – это слово в алфавите $A = \{(,)\}$, которое может получиться, если из арифметического выражения удалить все символы, кроме скобок. Примеры правильных скобочных выражений: пустое слово, (), (()(), ()(), ((())). Примеры неправильных скобочных выражений:)(, ())((), (,))))), (((). Результат работы: слово «*YES*», если скобочное выражение правильное, и слово «*NO*» – иначе.

1.7. Перемножение двух чисел из N_0, заданных в виде единичных записей. Числа записаны на ленте подряд.

1.8. Вычисление квадрата числа, заданного в виде единичной записи.

2. Алгорифмы Маркова

2.1. Записать нормальные алгорифмы Маркова, которые реализуют:

2.1.1. Приписывание буквы *X* к входному слову справа.

2.1.2. Задание 1.2.

2.1.3. Задание 1.3.

2.1.4. Задание 1.5.

2.1.5. Задание 1.6.

2.1.6. Удвоение числа, заданного а) в виде единичной записи, б) в двоичной системе счисления.

2.2. В алфавите $A = \{a, b\}$ описать нормальный алгорифм, который выдает в качестве результата пустое слово, если буквы a и b входят во входное слово в равном количестве, и любое непустое слово – иначе. В алгорифме должно быть не более четырех правил подстановки. Докажите правильность придуманного алгорифма.

2.3. Существует ли алгорифм Маркова, применимый только к двоичным записям простых чисел?

2.4. Верно ли, что человек для любого алгорифма Маркова может написать машину Тьюринга, реализующую ту же функцию (то есть множество слов, к которым они применимы, совпадает и для любого элемента из этого множества результаты работы алгорифма Маркова и машины Тьюринга совпадают)? Разрешима ли эта задача алгоритмически?

2.5. Верно ли, что человек для любого алгорифма Маркова и заданного входного слова может определить, применим алгорифм Маркова к этому слову или нет? Можно ли поручить эту программу компьютеру (в принципе, не принимая во внимание доступное время и вычислительные мощности)? Ответьте на те же вопросы при условии, что максимальное число правил ограничено числом 10.

3. Решение простых алгоритмических задач

В каждой задаче ответьте на вопрос о том, как растет время работы программы и используемая программой память с ростом параметра размера входных данных (например, параметра n).

3.1. «Max». Написать программу, которая выводит максимальное число из n заданных чисел. В первой строчке входа дано число n, а в следующей строчке указано n целых чисел.

3.2. «Числа Фибоначчи I». Написать программу, которая по данному n находит n-е число Фибоначчи F_n. Числа Фибоначчи определяются соотношениями

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2},\ F_1 = F_2 = 1.$$

3.3. «Числа Фибоначчи II». Решить предыдущую задачу, используя идею рекурсии. Оценить число элементарных операций, которое необходимо сделать в рекурсивном и нерекурсивном алгоритмах вычисления числа F_n.

3.4. «Биномиальные коэффициенты». Написать программу, которая для данного натурального числа n находит коэффициенты в разложении

$$(1+x)^n = C_n^0 x^0 + C_n^1 x^1 + \ldots + C_n^n x^n.$$

Использовать соотношения

$$C_n^n = C_n^0 = 1,\ C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}.$$

Оценить, как растет время работы вашей программы с ростом n.

3.5. «Простые числа». Написать программу, которая определяет, является ли введенное число n простым.

3.6. Написать программу, вычисляющую площадь односвязной прямоугольной фигуры, заданной перечислением пар целочисленных координат её вершин в произвольном порядке.

3.7. «Задача Иосифа». N человек, имеющие номера от 1 до N и расположившиеся по кругу друг за другом, считаются считалкой, состоящей из M слов. Расчет начинается с номера 1. Человек, на котором считалочка заканчивается – выбывает. А расчет (этой же считалочкой) продолжается с участника, следующего за выбывшим. Написать программу, которая для заданных N и M сообщает (в порядке выбывания) номера трех игроков, выбывших последними.

3.8. «Уравнение». Написать программу, которая в указанном интервале находит нетривиальный корень уравнения $\operatorname{tg} x = x$ с погрешностью 10^{-10}. Сколько итераций необходимо сделать, чтобы достичь указанной точности методами деления пополам, Ньютона, простых итераций?

4. Жадные алгоритмы

4.1. «Атлеты». Написать программу, которая находит «башню» из атлетов максимальной высоты. Атлеты характеризуются двумя параметрами – массой и силой. Сила равна максимальной массе, которую атлет может держать на плечах. Известно, что если атлет тяжелее, то он точно сильнее. Подсказка: упорядочите атлетов по силе и стройте башню сверху. Вверх естественно поместить самого слабого. Входом является число атлетов n и n пар (масса, сила).

4.2. «Отрезки». Написать программу, которая для множества заданных отрезков находит минимальное подмножество отрезков, объединение которых покрывает отрезок $S = [0, 10000]$. Число отрезков и координаты их концов заданы на входе. Все координаты целочисленные. Подсказка: покрывайте отрезок S пошагово, двигаясь слева направо. На каждом шаге будет непокрытая часть $[x, 10000]$. Из оставшихся отрезков выбирайте тот, который урежет непокрытую часть до $[y, 10000]$, где y максимальное. Решите эту задачу за время $O(n \log n)$, где n – количество данных отрезков.

4.3. «Коммивояжер». Написать программу, которая, используя один из возможных жадных алгоритмов, находит на плоскости ломаную линию, идущую из A в B по всем заданным точкам $\{A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n\}$, как можно меньшей длины. Есть ли такие входные данные, когда написанная программа находит не самый короткий путь? Если есть, приведите пример.

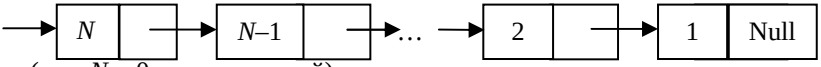
ЗАДАНИЕ 2

(*срок сдачи 4–9 декабря*)

1. Структуры данных: списки, стек, очередь, деревья поиска и перемешанные таблицы (хэш-таблицы).

1.1. «Список I». Реализовать односвязный список, элементы которого содержат целые числа. Реализовать при этом функции *list_new*() (создать новый список), *list_delete*(*l*) (удалить список *l* и все его элементы), *insert*(*l*, *a*) (добавить элемент с заданным целым числом *a* в начало списка *l*), *remove*(*l*, *a*) (удалить из списка *l* все элементы, содержащие заданное целое число *a*), *print*(*l*) (вывести значения, хранящиеся в элементах списка *l*). Осуществите массовое и многоплановое тестирование всех реализованных функций.

1.2. Для структуры данных из задачи 1.1 реализовать функцию *first_integers*(*N*) от *N*, которая конструирует список вида



(при $N = 0$ список пустой) и возвращает как свое значение ссылку на этот список.

1.3. «Список II». Реализовать двусвязный список, элементы которого содержат целые числа. Реализовать функции: *list_new*() (создать новый пустой список), *list_delete*(*l*) (удалить список и все его элементы), *push*(*l*, *a*) (добавить новый элемент *a* в конец списка), *pop*(*l*, *x*) (извлечь последний элемент списка), *unshift*(*l*, *a*) (добавить новый элемент *a* в начало) и *shift*(*l*, *x*) (извлечь первый элемент списка). Последние пять функций в качестве первого аргумента получают указатель на список, а возвращают 1 или 0 в зависимости от того, успешно ли выполнена операция. Функции *push* и *unshift* во втором аргументе получают добавляемый элемент. Функции *pop* и *shift* во втором аргументе *x* получают адрес, куда следует поместить извлекаемый элемент. Реализуйте также функцию *reverse*, которая инвертирует список, ссылку на который получает в качестве аргумента.

1.4. «Скобки». Дано слово, состоящее из круглых и фигурных скобок. Написать программу, которая определяет, является ли введенное слово правильным скобочным выражением. Подсказка: постепенно считывайте скобки и используйте стек (можно использовать список из задачи 1.3 с командами *push* и *pop*) для хранения открывающих скобок, для которых пока не считаны парные закрывающие скобки. (Рекурсивное определение правильного скобочного выражения: слово называется правильным скобочным выражением, если все скобки в нем можно разбить на пары, так что в каждой паре скобка, стоящая ближе к левому концу слова, открывающая, а

вторая – закрывающая, при этом они имеют один и тот же тип, и, кроме того, слово, стоящее между парными скобками, является правильным скобочным выражением. Например, слова (), {()}{}, ({}){{}}) – правильные скобочные выражения, а слова {{, {()), {(}{)} – неправильные скобочные выражения.)

1.5. «Калькулятор». Написать программу, которая, используя стек (используйте код, полученный при решении задачи 1.3), вычисляет значение арифметического выражения, заданного в постфиксной форме.

1.6. Написать программу, которая получает на вход арифметическое выражение в инфиксной форме и выводит это выражение в постфиксной форме. Программа должна работать за время, ограниченное линейной функцией от размера входного слова.

1.7. «Лабиринт». Написать программу, которая находит кратчайший путь из левого верхнего угла лабиринта в нижний правый угол либо определяет, что такого пути нет. Лабиринт задан в виде прямоугольного клеточного поля, белые клетки в котором считаются проходимыми, а черные – непроходимыми. В первой строчке входа заданы размеры лабиринта N и M по горизонтали и вертикали соответственно. Далее идут N строчек, в каждой из которых дано слово в алфавите {#, .} из M символов. Символ '#' означает черную клетку, а '.' – белую. Выход программы должен содержать последовательность пар координат клеток, по которым нужно идти, либо слово «*NO*». Использовать очередь (например, список из задачи 1.3 с командами *push* и *shift*) для того, чтобы хранить новые найденные клетки. Последовательно из начала очереди брать (команда *shift*) клетки, чтобы проверить, можно ли из них сделать шаг в новые, не найденные пока клетки, которые помещать (команда *push*) в конец очереди. Как растет время работы алгоритма в зависимости от N и M в худшем случае?

1.8. «Двоичное дерево поиска». Реализовать структуру данных «двоичное дерево поиска» с функциями создания и удаления дерева, добавления пары (ключ, значение) и удаления пары по ключу, где ключ есть целое число, а значение – действительное число. Написать функции *wfs*(*t*) и *dfs*(*t*) обхода дерева в ширину и в глубину. В первом случае следует использовать очередь, а во втором – рекурсию или стек.

1.9. Для структуры данных «двоичное дерево поиска» реализовать функцию префиксного обхода дерева *traverse*(*tree, f*), которая ко всем значениям, хранящимся в дереве *tree*, применяет функцию *f*(*item, depth*). В качестве аргументов функция *f* получает ссылку на элемент дерева *item* и глубину *depth* этого элемента в дереве. Реализовать с помощью функции *traverse*

вывод описания дерева в стандартный поток вывода (префиксное описание дерева).

1.10. «Записная книжка I». Написать программу, которая реализует функциональность телефонной записной книжки. А именно, из стандартного входа программа получает последовательность команд на добавление (*INSERT*) или поиск (*FIND*) записей. Примеры команд: *INSERT Sidorov* 1234567, *INSERT Ivanov* 7654321, *FIND Sidorov*. При выполнении команды *INSERT* программа добавляет пару (фамилия, номер) в своё хранилище и выводит строку «*OK*», если в хранилище нет записи с такой фамилией, или изменяет соответствующую указанной фамилии запись и выводит строку «*Changed. Old value = X*», если запись с такой фамилией уже есть в хранилище и соответствующий телефонный номер был *X*. При выполнении команды *FIND* программа выводит телефонный номер для указанной фамилии или выводит «*NO*», если указанной фамилии нет в справочнике. Следует использовать структуры, состоящие из двух элементов *name* и *number*. Использовать технику динамического выделения памяти для хранения записей. Оценить, как в среднем растёт число элементарных операций при выполнении команд *INSERT* и *FIND* с ростом числа хранимых записей. Записи хранить в массиве или списке. Рассмотреть два случая: а) записи хранятся в отсортированном по фамилиям (в алфавитном порядке) виде; в случае хранения в массиве записей используйте метод деления пополам (см. 3.8); б) записи хранятся в произвольном порядке (например, в порядке добавления).

1.11. «Записная книжка II». Решите задачу 1.10, используя двоичное дерево поиска.

1.12. «Записная книжка III». Решите задачу 1.10, используя АВЛ-дерево.

1.13. Приведите описание рекурсивной процедуры *check_tree*(*h*, *p*), которая проверяет, является ли дерево АВЛ-деревом.

1.14. «Записная книжка IV». Решите задачу 1.10, используя хэш-таблицу с разрешением коллизий методом цепочек либо методом открытой адресации.

1.15. «Поиск путей с заданной суммой». Написать программу, выводящую на экран «*YES*», если в данном дереве существует путь от корня до листа, сумма элементов в вершинах которого равна заданному целому числу *S*, и «*NO*» – в противном случае. Считается, что в пустом дереве сумма элементов пути равна 0.

1.16. Поставить численный эксперимент, чтобы определить, как зависит суммарное число столкновений и суммарное время работы при добавлении в хэш-таблицу с открытой адресацией и двойным хешированием *K* случай-

ных ключей при размере таблицы N. Нарисовать графики зависимости суммарного числа столкновений и суммарного времени работы при добавлении K ключей от степени заполнения таблицы $\varepsilon = K / N$. Использовать $N = 10\,007$ и $N = 257$. Сделайте вывод о полезности двойного хеширования, сравнив результаты со случаем, когда $h_2(K) = 1$.

1.17. «Неприкасаемый король». На поле С3 шахматной доски неподвижно стоит белый король. Затем на доске устанавливаются имеющие возможность двигаться белый ферзь – на любую свободную клетку и черный король – на любую возможную для него клетку. Доказать, что для любой «возможной и разумной*» начальной позиции мат черному королю может быть объявлен за число ходов меньшее 25 (независимо от того, чьим является первый ход).

*Невозможной является, например, позиция, когда два короля оказались на соседних клетках, а неразумной, - когда на соседних клетках оказались черный король и незащищенный белый ферзь.)

Усл. печ. л. 0,75. Тираж 190 экз.