

УДК 531.3,533.6,534.1

© 2014 г. Балакшин О.Б.¹, Кухаренко Б.Г.¹, Пайч Д.²

НЕЛИНЕЙНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ДИАМЕТРАЛЬНЫЕ МОДЫ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ ПОТОКА ПРИ ФЛАТТЕРЕ ЛОПАТОК РОТОРА ТУРБОКОМПРЕССОРА

¹ *Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва*² *Технический университет, г. Берлин*

Исследуются особенности пульсаций давления потока при флаттере на изгибной частоте лопаток ротора аксиального турбокомпрессора, наступившем после неполного резонанса на крутильной частоте лопаток с гармоникой частоты оборотов ротора. На основе усредненных по ансамблю уравнений Навье–Стокса предсказывается спектр частот нелинейных акустических диаметральных мод. Это позволяет идентифицировать в спектре частот для записей пульсаций давления потока при флаттере наряду с гармониками частоты оборотов ротора характерные серии, определяемые изгибной частотой флаттера, а также его второй гармоникой. Появление второй гармоники изгибной частоты является нелинейной реакцией потока, которая локально во времени ограничивает амплитуду флаттера.

Особенность возникновения и развития классического флаттера для лопаток ступени ротора типа блиск (от английского “bladed disk”) аксиального турбокомпрессора авиационных двигателей состоит в том, что флаттеру на собственной частоте лопаток, как правило, предшествует резонанс на другой собственной частоте лопаток, вызываемых гармоникой частоты вращения ротора. С ростом частоты вращения ротора развитие резонанса прерывается в результате наступления флаттера – синхронных колебаний лопаток на их собственной частоте, не связанной никакими численными соотношениями с частотой вращения ротора. Синхронизация колебаний лопаток ротора в аэроупругой системе происходит по причине упругости сжатого потока воздуха, в котором при флаттере возникают акустические диаметральные моды пульсаций давления. Флаттер лопаток ротора турбокомпрессора описывается моделью круговых мод синхронных колебаний

$$\mathbf{u}_i(t) = \sum_{m=-N_b+1}^{N_b-1} \mathbf{U}_m \exp(j(2\pi f_B t + (i-1)\sigma_m)), \quad (1)$$

при которых лопатки ступени ротора колеблются с собственной частотой лопаток f_B и постоянным сдвигом фаз

$$\sigma_m = \frac{2\pi m}{N_b}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N_b - 1), \quad (2)$$

где N_b – число лопаток в ступени ротора турбокомпрессора. Предшествование резонанса флаттеру, но при конкуренции резонанса и флаттера только одной моды колебаний лопаток ротора, установлено в [1].

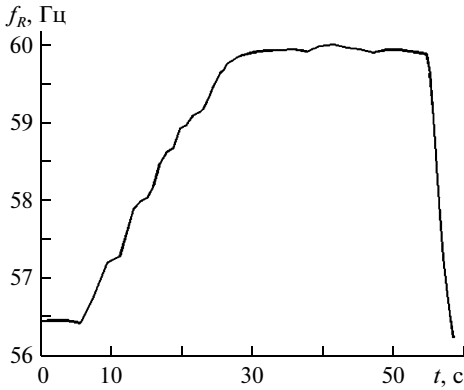


Рис. 1

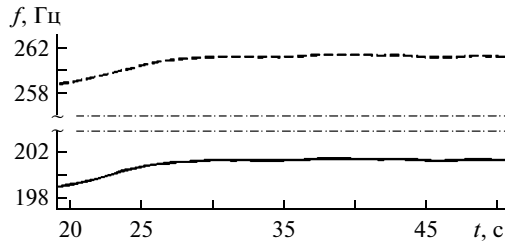


Рис. 4

При испытаниях ротора типа блиск рассматриваемого турбокомпрессора зависимость частоты вращения ротора f_R от времени до наступления изгибного флаттера лопаток первой ступени при $f_R \approx 60$ Гц приведена на рис. 1. Установлено [2], что в диапазоне времени $t = 4, \dots, 20$ с первоначально возбуждаются крутильные моды лопаток с частотой $f_T \approx 178$ Гц, близкой гармонике $3f_R$ частоты вращения ротора. При увеличении частоты вращения ротора происходит уход из резонанса на частоте f_T крутильной моды лопаток и в диапазоне времени $t = 17,4, \dots, 24,6$ с наступает флаттер с положительным фактором демпфирования (логарифмическим декрементом с обратным знаком) на более низкой изгибной частоте лопаток $f_B \approx 81$ Гц. Нелинейная модель с антисимметричной упругой силой $F(-x) = -F(x)$ предсказывает изгибные колебания лопаток $x = x(t)$ со спектром, содержащим только нечетные гармоники собственной частоты f_B [3].

Линейной реакцией потока на флаттер лопаток ротора являются акустические диаметрально-моды пульсаций давления потока [4]. В системе отсчета ротора они представляют собой одночастотные пульсации с частотой синхронных изгибных колебаний лопаток $f_B \approx 81$ Гц. Нелинейная реакция потока описывается усредненными по Рейнольдсу уравнениями Навье–Стокса для поля скоростей потока [5]. Для потока воздуха в аксиальном турбокомпрессоре усреднение Рейнольдса по ансамблю для уравнений Навье–Стокса получается усреднением мгновенных скалярных и векторных полей потока для моментов времени, отличающихся на последовательные периоды вращения ротора [6]. Усреднение по ансамблю дает детерминированную (когерентную) нестационарную плотность потока

$$\langle \rho(z, r, \varphi, t) \rangle = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \rho(z, r, \varphi, t + T_R(m-1)),$$

где $\{z, r, \varphi\}$ – цилиндрические координаты; T_R – период вращения ротора, $t = [0, kT_R]$, где k – целое.

Для компонент $v_\alpha(z, r, \varphi, t)$, $\alpha = \{z, r, \varphi\}$ мгновенного поля скоростей потока используется взвешенное плотностью усреднение по ансамблю (усреднение Фавра)

$$\langle v_\alpha(z, r, \varphi, t) \rangle = \left(\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \rho(z, r, \varphi, t + T_R(m-1)) v_\alpha(z, r, \varphi, t + T_R(m-1)) \right) / \langle \rho(z, r, \varphi, t) \rangle, \quad (3)$$

$\alpha = \{z, r, \varphi\}$, где $t = [0, kT_R]$, k – целое.

Мгновенное поле скоростей потока декомпозируется на детерминированное (когерентное) (3) и случайное (флуктуирующее) поле скоростей

$$v_\alpha(z, r, \varphi, t) = \langle v_\alpha(z, r, \varphi, t) \rangle + \xi_\alpha(z, r, \varphi, t), \quad \alpha = \{z, r, \varphi\}, \quad (4)$$

где из (3) следует $\langle \xi_\alpha(z, r, \varphi, t) \rangle = 0$, $\alpha = \{z, r, \varphi\}$.

Усреднение Рейнольдса по ансамблю для уравнений Навье–Стокса представлено в [6, 7]. Нелинейное уравнение для аксиального момента имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \rho \rangle \langle v_z \rangle}{\partial t} + \frac{\partial (\langle \rho \rangle \langle v_z \rangle \langle v_z \rangle + \langle \rho \rangle)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \langle \rho \rangle \langle v_r \rangle \langle v_z \rangle}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \langle \rho \rangle \langle v_\varphi \rangle \langle v_z \rangle}{\partial \varphi} = \\ = \frac{\partial (\langle \tau_{zz} \rangle - \langle \rho \xi_z \xi_z \rangle)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r (\langle \tau_{rz} \rangle - \langle \rho \xi_r \xi_z \rangle)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\langle \tau_{\varphi z} \rangle - \langle \rho \xi_\varphi \xi_z \rangle)}{\partial \varphi}. \end{aligned} \quad (5)$$

Дополнительные члены в (5) по сравнению с уравнениями Навье–Стокса – это напряжения Рейнольдса $R_{\alpha\beta} = \langle \rho \xi_\alpha \xi_\beta \rangle$, $\alpha, \beta = \{z, r, \varphi\}$ в виде корреляций случайных полей из (4).

Уравнение (5) описывает нелинейную реакцию поля скоростей потока на колебания поверхностей лопаток ротора на его границах. При одночастотном колебании лопаток $x_b = A_x \sin(2\pi f_B t)$ временная зависимость детерминированных (когерентных) компонент $\langle v_z \rangle$ и $\langle v_\varphi \rangle$ поля скоростей потока представляется рядом Фурье

$$\begin{aligned} \langle v_z \rangle &\propto A_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{z1}) + A_2 \sin(4\pi f_B t + \theta_{z2}) + \dots, \\ \langle v_\varphi \rangle &\propto B_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{\varphi1}) + B_2 \sin(4\pi f_B t + \theta_{\varphi2}) + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

В (6) члены с первой гармоникой описывают усредненную по ансамблю (3) линейную реакцию потока

$$\langle v_z \rangle \propto A_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{z1}), \quad \langle v_\varphi \rangle \propto B_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{\varphi1})$$

с изгибной частотой f_B колебаний лопаток. По методу гармонического баланса члены со второй гармоникой изгибной частоты в (6) производятся рассматриваемыми как возмущения в (5) нелинейными членами $\langle \rho \rangle \langle v_\alpha \rangle \langle v_\beta \rangle$, $\alpha, \beta = \{z, r, \varphi\}$ в виде

$$\begin{aligned} \langle v_z \rangle \langle v_\varphi \rangle &\propto A_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{z1}) B_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{\varphi1}) + \dots = \\ &= \frac{A_1 B_1}{2} (\cos(\theta_{z1} - \theta_{\varphi1}) - \cos(4\pi f_B t + \theta_{z1} + \theta_{\varphi1})) + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

В экспериментальных исследованиях потока в аксиальных турбокомпрессорах среднее значение $\langle \rho (v_z - \langle v_z \rangle) (v_\varphi - \langle v_\varphi \rangle) \rangle$ за $M = 100-1000$ последовательных мгновенных полей скоростей потока используется как оценка величины напряжений Рейнольдса в (5) [10]. Эта оценка содержит также вклад когерентного поля скоростей потока (3).

Запись пульсаций давления потока $p = p(t)$ у статора первой ступени рассматриваемого аксиального турбокомпрессора с ростом частоты вращения ротора до $f_R \approx 60$ Гц приведена на рис. 2 (при записи частота дискретизации ≈ 20 кГц). В системе координат, связанной с ротором, каждой круговой моде синхронных колебаний лопаток (1) с числом m узловых диаметров (2) соответствует круговая мода пульсаций давления потока с тем же числом m узловых диаметров, называемая акустической диаметральной модой порядка m . Пусть φ – угол по окружности ступени ротора. В системе координат, связанной с ротором, аналогичная (1) формула для усредненного по ансамблю распределения давления потока воздуха с учетом второй гармоники f_B имеет вид

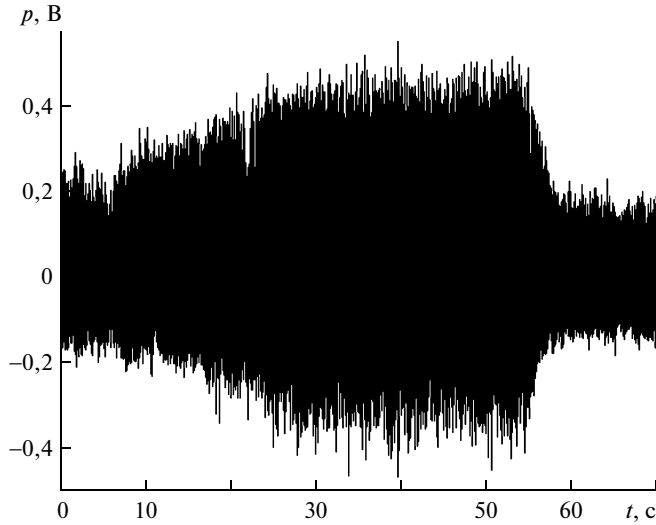


Рис. 2

$$\langle p^R(t, \varphi) \rangle = \sum_{m=-N_b+1}^{N_b-1} p_m^{(0)} (\exp(j2\pi f_B t) + p_m^{(1)} \exp(j4\pi f_B t)) \exp(jm\varphi). \quad (8)$$

Переход в систему отсчета, связанную со статором аксиального турбокомпрессора (неподвижными направляющими лопатками), соответствует преобразованию $\varphi \rightarrow \varphi + 2\pi f_R t$ (f_R – частота вращения ротора). Формула (8) принимает вид

$$\begin{aligned} \langle p^F(t, \varphi) \rangle &= \sum_{m=-N_b+1}^{N_b-1} p_m^{(0)} (\exp(j2\pi f_B t) + p_m^{(1)} \exp(j4\pi f_B t)) \exp(jm(\varphi + 2\pi f_R t)) = \\ &= \sum_{m=-N_b+1}^{N_b-1} (p_m^{(0)} \exp(j2\pi(f_B + m \cdot f_R)t) + p_m^{(1)} \exp(j2\pi(2f_B + m \cdot f_R)t)) \exp(jm\varphi). \end{aligned} \quad (9)$$

Из (9) следует, что наиболее низкие частоты $f_{mD}^{(0)}$ и $f_{mD}^{(1)}$ акустической с m узловыми диаметрами моды пульсаций давления воздушного потока определяются формулами

$$f_{mD}^{(0)} = f_B + m \cdot f_R, \quad (10) \quad f_{mD}^{(1)} = 2f_B + m \cdot f_R. \quad (11)$$

На рис. 3 показаны определенные посредством Быстрого Преобразования Фурье амплитуды спектральных составляющих $a = a(f)$ относительно амплитуды на частоте $f_{2D}^{(0)} \approx 201$ Гц второй акустической диаметральной моды для записи пульсаций давления потока (рис. 2). В спектре частот (рис. 3) присутствуют частоты акустических диаметральных мод $f_{mD}^{(0)}$, $m = 1, \dots, 7$ (10) и $f_{mD}^{(1)}$, $m = 1, \dots, 5$ (11), а также гармоники частоты вращения ротора f_R , $m = 1, \dots, 7$. При переходе в систему отсчета, связанную со статором турбокомпрессора, присутствующие в пульсациях давления потока гармоники частоты вращения ротора преобразуются по формуле, аналогичной (10) и (11), поэтому они всегда присутствуют в записях пульсаций давления потока, обеспечивая резонанс на крутильной частоте $f_T \approx 178$ Гц, предшествующий изгибному флаттеру лопаток.

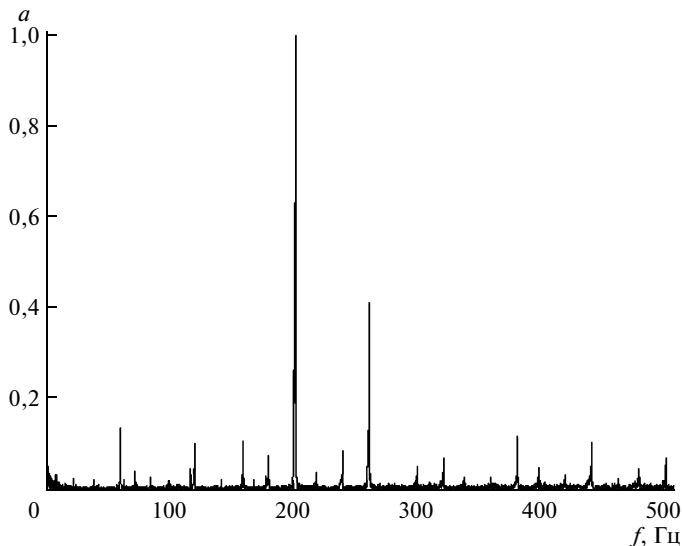


Рис. 3

Зависящие от времени спектральные параметры записи пульсаций давления потока (рис. 2) определяются по методу Прони [2]. Спектральная декомпозиция произвольного сегмента длиной N для полной записи пульсаций давления потока (временного ряда) $p_k = p(k\Delta t)$, $k = 1, \dots, N_0$ (далее для краткости считается, что интервал дискретизации времени $\Delta t = 1$) имеет вид

$$p_k = \sum_{l=1}^M r_l z_l^{k-1} + n_k, \quad k = 1, \dots, N, \quad (12)$$

где M – число полюсов для сегмента; $z_l = \exp(\delta_l + j2\pi f_l)$, $l = 1, \dots, M$ – полюса (δ_l и f_l – соответственно, фактор демпфирования (логарифмический декремент с обратным знаком) и частота); $r_l = A_l \exp(j\varphi_l)$, $l = 1, \dots, M$ – вычеты в полюсах (A_l и φ_l – соответственно амплитуда и фаза); n_k – аддитивный шум.

Оценка временной зависимости спектров факторов демпфирования и частот $\{\delta_l, f_l, l = 1, \dots, M\}$ и соответствующих им спектров амплитуд и фаз $\{A_l, \varphi_l, l = 1, \dots, M\}$ осуществляется по записи на рис. 2 в результате последовательных нецелевых сдвигов временного окна фиксированной длины $N = 2000$ (размер временного окна 0,1 с). На рис. 3 наиболее демонстративным доказательством нелинейности пульсаций давления потока является малая величина амплитуды на частоте $f_{1D}^{(0)} \approx 141$ Гц по сравнению с амплитудой на частоте $f_{1D}^{(1)} \approx 222$ Гц. Однако демпфирование на этой частоте нельзя оценить из-за очень большой амплитуды на соседней частоте $f_{2D}^{(0)} \approx 201$ Гц.

На рис. 4 показаны временные зависимости частот, производных от f_B : $f_{2D}^{(0)}$ (сплошная линия) и $f_{3D}^{(0)}$ (пунктир). Они воспроизводят временную зависимость частоты вращения f_R (рис. 1) по формуле (10). На рис. 5 показаны временные зависимости фактора демпфирования для частот, производных от f_B (10): $f_{2D}^{(0)}$ (сплошная линия) и $f_{3D}^{(0)}$

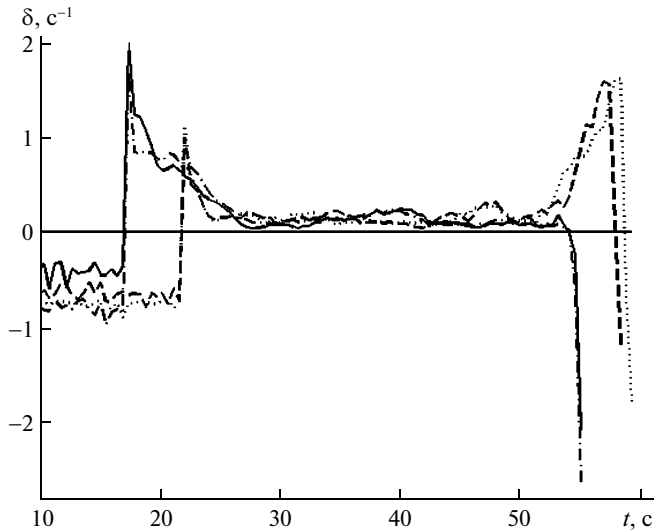


Рис. 5

(штрихпунктир) и частот, производных от второй гармоники f_B (11): $f_{2D}^{(1)}$ (штрих) и $f_{3D}^{(1)}$ (пунктир). Для частот $f_{2D}^{(1)}$ (штрих) и $f_{3D}^{(1)}$ (пунктир) при $t = 22$ с (установление флаттера) фактор демпфирования на этих частотах резко меняет значение на плюс. При исчезновении флаттера при $t = 55,7$ с это резкое увеличение значения фактора демпфирования повторяется, т.е. при исчезновении флаттера в пульсациях давления потока происходит перераспределение энергии между частотами, производными от f_B (10), и частотами, производными от $2f_B$ (11). На рис. 3 после $t = 58,3$ с в остаточных пульсациях давления потока вообще доминирует производная от гармоники $2f_B$ частота $f_{1D}^{(1)} \approx 222$ Гц. Поэтому присутствие второй гармоники изгибной частоты лопаток $f_B \approx 81$ Гц в записи колебаний лопаток первой ступени ротора исследованного в [2] вызвано пульсациями давления воздушного потока (рис. 2).

В настоящее время в рамках Европейского исследовательского проекта FUTURE (акроним для Flutter-Free Turbomachinery Blades) проводится теоретический анализ усредненного по ансамблю поля скоростей потока для оценки степени нелинейности потока, как условия ограничения амплитуды флаттера для лопаток ротора аксиальных турбокомпрессоров [11, 12].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ганиев Р.Ф., Балакишин О.Б., Кухаренко Б.Г. Бифуркация резонанса при флаттере лопаток ротора турбокомпрессора // Докл. АН. 2012. Т. 444. № 1. С. 35–37.
2. Балакишин О.Б., Кухаренко Б.Г. Спектральный анализ флаттера лопаток турбокомпрессора // Докл. АН. 2007. Т. 417. № 5. С. 627–630.
3. Mickens R.E. Truly Nonlinear Oscillations. Harmonic Balance, Parameter Expansions, Iteration and Averaging Methods. Singapore: World Scientific Publishing Co. 2010. 238 p.
4. Ганиев Р.Ф., Балакишин О.Б., Кухаренко Б.Г. Моды потока при стабилизации флаттера лопаток ротора турбокомпрессора // Докл. АН. 2013. Т. 448. № 6. С. 651–653.

5. Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е. Нелинейная волновая механика и технологии. Волновые и колебательные явления в основе высоких технологий. Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”. 2011. 780 с.
6. Adamczyk J.J. Aerodynamic analysis of multistage turbomachinery flows in support of aerodynamic design // ASME Journal of Turbomachinery. 2000. V. 122. № 2. P. 189–217.
7. Simon J.F., Leonard O. Modeling of 3-D losses and deviations in a throughflow analysis tool // Journal of Thermal Science. 2007. V. 16. № 3. P. 208–214.
8. He L., Denton J.D. An experiment on unsteady flow over oscillating airfoil / Proceeding of ASME TURBO EXPO (IGTI) 1991. ASME Paper 91-GT-181. Orlando, Florida: ASME International Gas Turbine Institute. 1991. 7 p.
9. He L. Unsteady Flow and Aeroelasticity / Logan E., Roy R., eds. Handbook of Turbomachinery. Chapter 5. New York: Marcel Dekker, Inc. 2003. P. 268–318.
10. Chow Y.C., Uzol O., Katz J. Flow non-uniformities and turbulent “hot spots” due to wake-blade and wake-wake interactions in a multistage turbomachine // ASME Journal of Turbomachinery. 2002. V. 124. P. 553–563.
11. Fransson T., Vogt D. FUTURE: Flutter-Free Turbomachinery Blades / Proceedings of Sixth European Aeronautics Days (Aerodays 2011). Madrid: DG Research and Innovation European Commission. 2011. 35 p.
12. Freund O., Bartelt M., Seume J.R., Mittelbach M., Montgomery M., Vogt D. Impact of the flow on an acoustic excitation system for aeroelastic studies / Proceedings of Turbine Technical Conference & Exposition (TURBO EXPO). Copenhagen: ASME International Gas Turbine Institute. 2012. 46 p.

Москва, РФ—Берлин, Германия

Поступила в редакцию 17.II.2014