Рекурсия

Алгоритмы
и алгоритмические языки

goo.gl/c8pyqx

Лекция 8, 23 октября, 2017

Лектор:

Дмитрий Северов, кафедра информатики 608 КПМ

dseverov@mail.mipt.ru

http://cs.mipt.ru/wp/?page_id=6077

Рекурсия

- Способ конечного описания бесконечных объектов.
- Мощный метод решения задач рекуррентной природы.
- Использование стека для организации неявного хранения наборов данных.

- Накладные расходы, связанные с обращением функции к себе.
- Экспоненциальный рост трудоемкости в случае определения одного значения по нескольким другим.
- Сложность поиска ошибок и верификации программ.

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot n$$

От простого к сложному

$x_1 = 1$ и $x_n = n \cdot x_{n-1}$

От сложного к простому

$n! = n \cdot (n-1)!$ и $1! = 1$

```
int x = 1;
for(int i=2; i<=n; i++) x *= i;
```

```
int f(n) = n>1?n*f(n-1):1;
```

Итерации

Рекурсия

Формальное представление

- **Пусть:**

P – рекурсивная процедура;

S_i – базовые операторы, не содержащие P;

$\mathbf{P}$ – композиция операторов;

- **Тогда:**

$$P = \mathbf{P}[S_i, P]$$

- **Средством создания рекурсивных программ является описание функций (процедур, подпрограмм), так присваивается оператору имя, с помощью которого он может быть вызван.**

Классификация и данные

Прямо рекурсивная

$$P = \mathbf{P}[S_i, P]$$

Косвенно рекурсивная

$$P = \mathbf{P}[S_i, Q]$$

$$Q = \mathbf{Q}[S_i, P]$$

Набор локальных объектов, определенных внутри рекурсивной функции, создается заново при каждом вызове такой функции.

Идентификаторы всегда ссылаются на множество переменных, созданное последним.

Важно !

- **Проблема окончания работы.**

$$P = \mathbb{P}[\ S_i,\ \underline{\text{if}}\ !B\ \underline{\text{then}}\ P]$$

Наиболее надежный способ окончания работы – связать с P параметр *n* и рекурсивно вызывать P с параметром *n-1*:

$$P(n) = \mathbb{P}[S_i,\ \underline{\text{if}}\ n>0\ \underline{\text{then}}\ P(n-1)]$$

- **Глубина рекурсии.**

Следует убедиться, что она не только конечна, но и достаточно мала.

Примеры использования рекурсии при решении задач

ПОИСК ПУТИ В ЛАБИРИНТЕ

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\My_str.h - Dev-C++ 5.10

Файл Правка Поиск Вид Проект Выполнить Сервис AStyle Окно Справка

TDM-GCC 4.8.1 32-bit Debug

(globals)

LABIRINT.CPP | My_str.h

```
1  #include <string.h>
2  #include <malloc.h>
3
4  class My_string { char* s; int l;
5  public:
6  My_string(const char* p1=NULL, const char* p2=NULL) { char* b;
7      if(p1 == NULL ) { s = NULL; l = 0; return; }
8      else if(p2 == NULL) { p2 = p1; while(*p2++); p2--; }
9      l = p2 - p1; b = s = new char[l+1];
10     while(p1<p2) *b++ = *p1++; *b='\0'; }
11
12 void operator=(const char* x) { delete s; s = new char[(l=strlen(x))+1]; strcpy(s,x); }
13
14 void operator=(const My_string& x) { delete s; s = new char[(l=x.l)+1]; strcpy(s,x.s); }
15
16 My_string operator+(const My_string& a) {My_string loc;
17     loc.l=l+a.l; loc.s = new char [loc.l+1]; strcpy(loc.s,s);
18     strcat(loc.s,a.s); return loc; }
19
20 char& operator[](int i) { return s[i]; }
21
22 bool operator==(const char* x) { for(int i=0;i<=l;i++)
23  if(s[i]!=x[i]) return false; return true; }
24
25 bool operator==(const My_string& x) { if(l!=x.l) return false;
26      for(int i=0;i<l;i++) if(s[i]!=x.s[i]) return false; return true; }
27
```

своя строка

создать свою

присвоить стандартную

присвоить свою

добавить свою

выбрать символ в саоей

равна ли стандартной

равна ли своей

Компилятор | Ресурсы | Журнал компиляции | Отладка | Результаты поиска

Line: 39 Col: 25 Sel: 0 Lines: 54 Length: 1807 Вставка Done parsing in 0,031 seconds

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\My_str.h - Dev-C++ 5.10

Файл Правка Поиск Вид Проект Выполнить Сервис AStyle Окно Справка

TDM-GCC 4.8.1 32-bit Debug

(globals)

LABIRINT.CPP | My_str.h

```
28 bool operator<(const My_string& x) {
29     for(int i=0;i<=l;i++) if(s[i]==x.s[i]) continue; else return s[i]<x.s[i];
30     return false; }
31
32 bool operator>(const My_string& x) {
33     for(int i=0;i<=l;i++) if(s[i]==x.s[i]) continue; else return s[i]>x.s[i];
34     return false; }
35
36 int size() { return l; }
37
38 int find(const My_string& x) {
39     for(int i=0; i<l-x.l; i++) if(!strncmp(s+i,x.s,x.l)) return i;
40     return -1; }
41
42 ~My_string() { delete s; l = 0; }
43
44 friend ostream& operator<<(ostream& a, const My_string& x) { return a << x.s; }
45
46 friend istream& operator>> (istream& b, My_string& a) {
47 const int n=20; char c,s[n];
48     delete a.s; *(a.s = new char)='\0'; a.l=0;
49     if(!b.get(c) || c=='\n') return b;
50     do { b.putback(c); b.get(s,n); a.s=(char*)realloc(a.s,(a.l+=strlen(s))+1);
51         strcat(a.s,s); b.get(c); } while(c!='\n');
52     return b; }
53 };
54
```

меньше ли своей

больше ли своей

измерить свою

найти свою в своей

удалить свою

вывести свою

ввести свою

Компилятор | Ресурсы | Журнал компиляции | Отладка | Результаты поиска

Line: 54 Col: 1 Sel: 0 Lines: 54 Length: 1807 Вставка Done parsing in 0,031 seconds

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\LABIRINT.CPP - Dev-C++ 5.10

Файл Правка Поиск Вид Проект Выполнить Сервис AStyle Окно Справка

TDM-GCC 4.8.1 32-bit Debug

(globals)

[*] LABIRINT.CPP | My_str.h

```
1  #include <iostream>
2  #include <fstream>
3
4  using namespace std;
5
6  #include "My_str.h"
7
8  int N,M,F=0,X,Y;
9  My_string* A;
10 int** B;
11
12 void array(istream& in,int n=0) { My_string a;
13     if(in >> a) array(in,n+1);
14     else { A = new My_string[N=n]; return; }
15     A[n] = a;
16 }
17
18 void print_way(int n,int m,int l) {
19     cout << n << ' ' << m << endl; A[n][m]='*';
20     if(!--l) return;
21     if(n && B[n-1][m]==l) n--;
22     else if(n+1<N && B[n+1][m]==l) n++;
23         else if(m && B[n][m-1]==l) m--; else m++;
24     print_way(n,m,l);
25 }
26
27 void next(int n,int m,int l) {
```

ввести массив своих

отметить обратный путь

отметить точку пути

сместиться к началу

отметить оставшийся путь

Компилятор | Ресурсы | Журнал компиляции | Отладка | Результаты поиска

Line: 6 Col: 1 Sel: 0 Lines: 51 Length: 1271 Вставка Done parsing in 0,031 seconds

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\LABIRINT.CPP - Dev-C++ 5.10

Файл Правка Поиск Вид Проект Выполнить Сервис AStyle Окно Справка

TDM-GCC 4.8.1 32-bit Debug

(globals)

[*] LABIRINT.CPP | My_str.h

```
26
27 void next(int n,int m,int l) {
28     if( n<0 || m<0 || n>=N || m>=M) return;
29     if( A[n][m]=='.' && (!B[n][m] || l<B[n][m]) ) { B[n][m]=l; next(n-1,m,l+1);
30         next(n,m+1,l+1); next(n+1,m,l+1); next(n,m-1,l+1); }
31     else if( A[n][m]=='E' && (!B[n][m] || l<B[n][m]) ) { B[n][m]=l; F++; X=n; Y=m; }
32     return;
33 }
34
35 int main(int argn, char** argv) {
36 int n,m;
37
38    ifstream in(argv[1]);
39    if(!in) { cerr << "Cann't open file"; return 1;}
40
41    array(in); for(n=0;n<N;n++) cout << A[n] << endl; M=A[0].size();
42    B = new int*[N];
43    for(n=0;n<N;n++) { B[n]=new int[M]; for(m=0;m<M;m++) B[n][m]=0; }
44
45    next(0,0,1);
46    if(!F) cout << "No way\n"; else print_way(X,Y,B[X][Y]);
47
48    for(n=0;n<N;n++) cout << A[n] << endl;
49
50    return 0;
51 }
```

дальше

некуда

ещё дальше

дошли

начать

вывести легенду

вывести карту

Компилятор | Ресурсы | Журнал компиляции | Отладка | Результаты поиска

Line: 6 Col: 1 Sel: 0 Lines: 51 Length: 1271 Вставка Done parsing in 0,031 seconds

D:\A1\Lect2013\Exmp\8\LABIRINT....

```
.......................#
...................#...#.
..................#...#..
.................#...#...
................#...#....
...............#...#.....
..............#...#......
.............#...#.......
............#...#........
...........#...#.........
..........#...#..........
.........#...#...........
........#...#............
.......#...#.............
......#...#..............
.....#...#...............
....#...#................
...#...#.................
..#...#..................
.#...#...................E
#........................
18 23
19 23
19 22
19 21
19 20
19 19
19 18
19 17
19 16
19 15
19 14
19 13
```

D:\A1\Lect2013\Exmp\8\LABIRINT....

```
0 11
0 10
0 9
0 8
0 7
0 6
0 5
0 4
0 3
0 2
0 1
0 0
**********************...#
....................#*..#.
...................#**.#..
..................#**.#...
.................#**.#....
................#**.#.....
...............#**.#......
..............#**.#.......
.............#**.#........
............#**.#.........
...........#**.#..........
..........#**.#...........
.........#**.#............
........#**.#.............
.......#**.#..............
......#**.#...............
.....#**.#................
....#**.#.................
...#**.#..................
..#.*.#...................
.#..*#....................*
#...**********************
```

D:\A1\Lect2013\Exmp\8\LABIRINT.exe

```
.......................#.......#
..................#...#...#...#.
.................#...#...#...#..
................#...#...#...#...
...............#...#...#...#....
..............#...#...#...#.....
.............#...#...#...#......
............#...#...#...#.......
...........#...#...#...#........
..........#...#...#...#.........
.........#...#...#...#..........
........#...#...#...#...........
......#...#...#...#.............
.....#...#...#...#..............
....#...#...#...#...............
...#...#...#...#................
..#...#...#...#.................
.#...#...#...#..................
#.......#......................E
19 31
19 30
19 29
```

D:\A1\Lect2013\Exmp\8\LABIRINT.exe

```
0 2
0 1
0 0
*******************...#.***...#
...................#*..#.**#*..#.
..................#**.#.**#**.#..
.................#**.#.**#**.#...
................#**.#.**#**.#....
...............#**.#.**#**.#.....
..............#**.#.**#**.#......
.............#**.#.**#**.#.......
............#**.#.**#**.#........
...........#**.#.**#**.#.........
..........#**.#.**#**.#..........
.........#**.#.**#**.#...........
........#**.#.**#**.#............
.......#**.#.**#**.#.............
......#**.#.**#**.#..............
.....#**.#.**#**.#...............
....#**.#.**#**.#................
...#**.#.**#**.#.................
..#.*.#.**#.*.#..................
.#..*#.**#..*#...................
#...****#...********************
```

Разбиение числа m на слагаемые

6		
5 + 1		
4 + 2	4 + 1 + 1	
3 + 3	3 + 2 + 1	3 + 1 + 1 + 1
2 + 2 + 2	2 + 2 + 1 + 1	2 + 1 + 1 + 1 + 1
1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1		

P(6) = 11

Разбиение m на слагаемые $\leq$ n

- Q(m,1) = 1 $\quad 1 + 1 + \ldots + 1 + 1$
- Q(1,n) = 1 $\quad 1 - \forall n$
- Q(m,n) = Q(m,m) $\quad \forall n \geq m$
- Q(m,m) = 1 + Q(m,m-1)
- Q(m,n) = Q(m-n,n) + Q(m,n-1) $\forall n < m$

Разбиения, содержащие слагаемое равное n

Разбиения, не содержащие слагаемое равное n

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\Qmn.cpp - [Executing] - Dev-C++ 5.10

Файл Правка Поиск Вид Проект Выполнить Сервис AStyle Окно Справка

TDM-GCC 4.8.1 32-bit Debug

(globals)

Qmn.cpp

```cpp
#include <iostream>
using namespace std;

int Q(int m,int n) {
    if( m==1 || n==1 ) return 1;
    if (n>=m) return Q(m,m-1)+1;
    return Q(m-n,n)+Q(m,n-1);
}

int main() {
    int N;
    while( cin >> N ) cout << Q(N,N) << endl << endl;

    return 0;
}
```

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\Qmn.exe

```
6
11

15
176

20
627

^Z

--------------------------------
Process exited after 15.88 seconds with return value 0
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

Компилятор | Ресурсы | Журнал компиляции | Отладка | Результаты поиска

Line: 1 Col: 1 Sel: 0 Lines: 16 Length: 278 Вставка Done parsing in 1,014 seconds

ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ

Или о том, что рекурсию следует использовать весьма осмотрительно…

Вычисление чисел Фибоначчи

Итеративный	Рекурсивный

`long F(int n) {`
`  long a=1,b=1;`
`  do { a+=b; b=a-b; }`
`  while(--n>2);`
`return a; }`
	`long F(int n) {`
	`  return`
	`  n<3 ? 1:F(n-1)+F(n-2);`
	`}`

fibon — Блокнот

Файл Правка Формат Вид Справка

```
#include <iostream>
#include <iomanip>

using namespace std;

unsigned long long start, end;
unsigned long long access_counter() { asm("rdtsc"); }

long IF(int n) {long a=1,b=1;
        do { a+=b; b=a-b; } while(--n>2);
        return a;
}

long RF(int n) {
        return n<3?1:RF(n-1)+RF(n-2);
}

int main() {

        start = access_counter();
        cout << "IF(45) = " << IF(45);
        end = access_counter();
        cout << " Time was:     " << setw(10) << setfill(' ') << (end - start)/1.4e6 << " ms\n";

        start = access_counter();
        cout << "RF(45) = " << RF(45);
        end = access_counter();
        cout << " Time was:     " << setw(10) << setfill(' ') << (end - start)/1.4e9 << " s\n";

        return 0;
}
```

C:\Windows\System32\cmd.exe

```
D:\A1\Lect2013\Exmp\8>a
IF(45) = 1134903170 Time was:       0.46141 ms
RF(45) = 1134903170 Time was:       28.9569 s

D:\A1\Lect2013\Exmp\8>_
```

Стр 2, стл 19

ФУНКЦИЯ АККЕРМАНА

Или о том, когда рекурсию не следует использовать вообще…

Функция Аккермана

$$A(m,n) = \begin{cases} n+1, & m=0 \\ A(m-1,1), & n=0 \\ A\big(m-1, A(m,n-1)\big), & m,n>0 \end{cases}$$

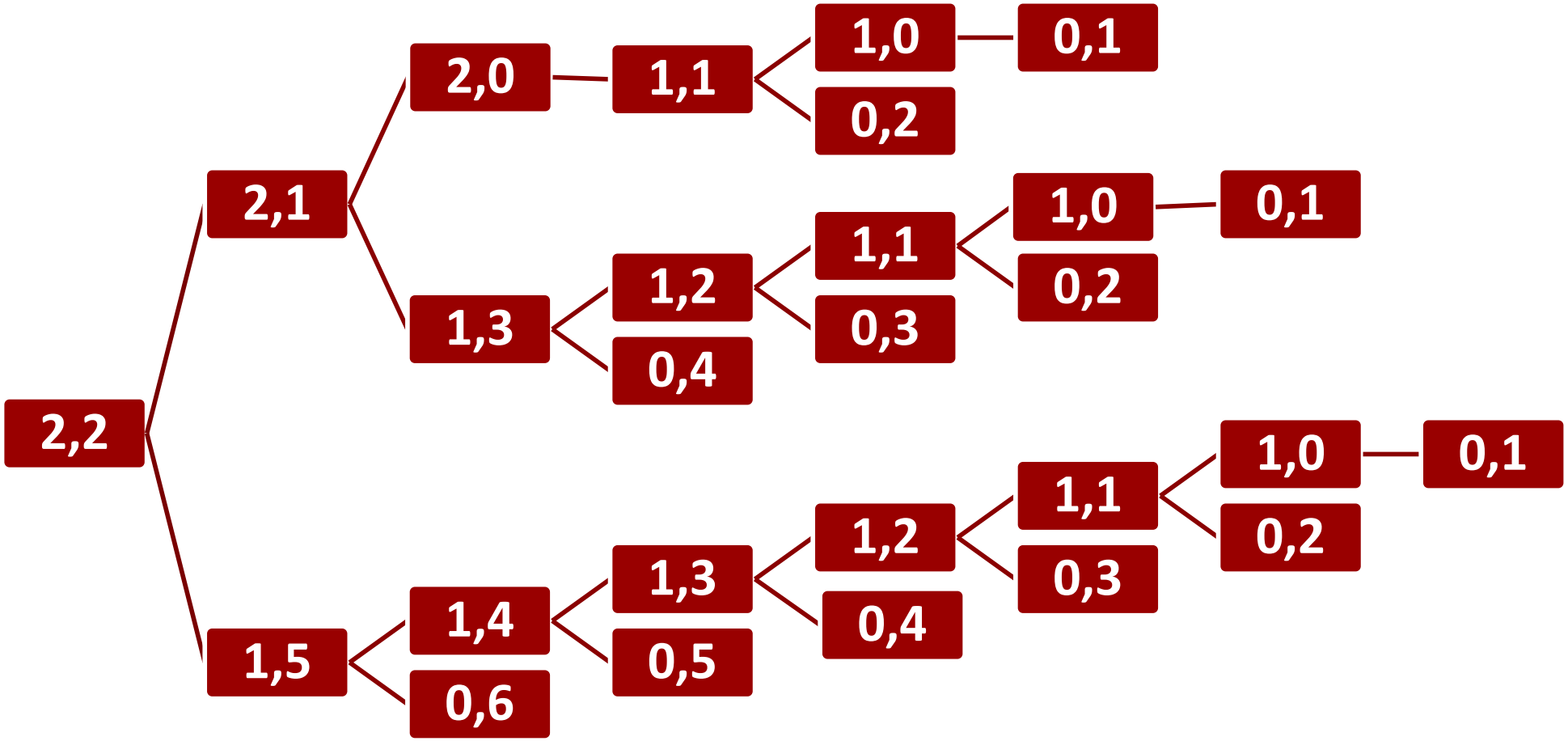
```
#include <iostream>
int A(int m,int n) { return
  !m ? n+1 : !n ? A(m-1,1) : A(m-1,A(m,n-1)); }
void main() { int n,m;
  cout << "Input m="; cin >> m;
  cout << "Input n="; cin >> n;
  cout << "A("<< m << ',' << n << «)= " << A(m,n) <<endl;
}
```

A(2,2) = A(1, A(2,1))

m\n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	…
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n+1
1										n+2
2										2n+3
3										2^{n+3}-3
4										
…										

$$A(m,n) = \begin{cases} n+1, & m = 0 \\ A(m-1,1), & n = 0 \\ A\big(m-1, A(m,n-1)\big), & m,n > 0 \end{cases}$$

Дерево вычисления функции A(2,2)



A(2,2)=7 Количество вершин дерева - 27

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\AKK.CPP - [Executing] - Dev-C++ 5.10

Файл Правка Поиск Вид Проект Выполнить Сервис AStyle Окно Справка

TDM-GCC 4.8.1 32-bit Debug

(globals)

AKK.CPP

```
1  #include <iostream>
2  #include <time.h>
3  using namespace std;
4  typedef int T;
5
6  clock_t start,end;
7  T A(T m,T n) { return !m?n+1:!n?A(m-1,1):A(m-1,A(m,n-1)); }
8
9  int main() {
10 T n,m;
11     cout << "Input m="; cin >> m;
12     cout << "Input n="; cin >> n;
13     start = clock();
14     cout << "A(" << m << ',' << n << ")= " << A(m,n) << endl;
15     end = clock();
16     cout << (end-start)/CLK_TCK << "s\n";
17     return 0;
18 }
```

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\AKK.exe

```
Input m=3
Input n=12
A(3,12)= 32765
27s

--------------------------------
Process exited after 30.86 seconds with return value 0
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

Компилятор | Ресурсы | Журнал компиляции | Отладка | Результаты поиска

Line: 4 Col: 12 Sel: 0 Lines: 18 Length: 403 Вставка Done parsing in 0,031 seconds

Профилировка

Плоский вывод | Граф вызовов | Profiling Options

Function name	Index	% time	Self	Children	Called
<spontaneous>					
_mcount_private [1]	[1]	52.7	6.55	0.00	_mcount_private
A(int, int) [2]			715664090	A(int,	int)
main [3]			5.69	0.00	1/1
0 A(int, int) [2]	[2]	45.8	5.69	0.00	1+715664090
A(int, int) [2]			715664090	A(int,	int)
<spontaneous>					
main [3]	[3]	45.8	0.00	5.69	main
A(int, int) [2]			5.69	0.00	1/1
<spontaneous>					
_fentry__ [4]	[4]	1.5	0.19	0.00	_fentry__

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\AKK.exe

```
Input m=3
Input n=13

--------------------------------
Process exited after 57.62 seconds with return value 3221225725
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

```
                function by its children.

    called      This is the number of times the function was called.
                If the function called itself recursively, the number
                only includes non-recursive calls, and is followed by
                a `+' and the number of recursive calls.
```

Биномиальные коэффициенты

$$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$$

1. На основе определения

```
int fact(int n) {
  switch (n) {
  case 0:
   case 1: return 1;
  default: return n*fact(n-1); }     }
                    …
for(n=0; n<=N; n++) for(k=0; k<=n; k++)
  cout << fact(n)/fact(k)/fact(n-k) <<
 (n==k?'\n':' ');
```

2. На основе рекуррентного соотношения

```
int Cnk(int n,int k) {
    if(!k) return 1;
    if(!n) return 1;
    if(n==k) return 1;
    return Cnk(n-1,k)+Cnk(n-1,k-1);
}
```

3. Треугольник Паскаля

```
1          ⓪
1 1        ①
1 2 1      ②
1 3 3 1    ③
1 4 6 4 1  ④
```

```
void C(int N) {
int *a, i, n;
    a = new int[++N];
    a[0]=1; if(N>1) a[1]=1;
    for(n=3; n<=N; n++) {
      for(i=n-2,a[n-1]=1; i>0; i--)
        a[i]+=a[i-1];
      for(i=0;i<n;i++)
        cout <<a[i]<<(i==n-1?'\n':' '); }
    delete a;
}
```

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\Cnk.cpp - Dev-C++ 5.10

Файл Правка Поиск Вид Проект Выполнить Сервис AStyle Окно Справка

TDM-GCC 4.8.1 32-bit Debug

(globals)

Cnk.cpp

```cpp
#include <iostream>
using namespace std;


unsigned long long start, end;
unsigned long long access_counter() { asm("rdtsc"); }


void C(int);


int fact(int n) {
    switch (n) {
            case 0:
            case 1: return 1;
            default: return n*fact(n-1);
            }
}


int Cnk(int n,int k) {
    if(!k) return 1;
    if(!n) return 1;
    if(n==k) return 1;
    return Cnk(n-1,k)+Cnk(n-1,k-1);
}

```

Компилятор | Ресурсы | Журнал компиляции | Отладка | Результаты поиска

Line: 1 Col: 1 Sel: 0 Lines: 60 Length: 1317 Вставка Done parsing in 0,983 seconds

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\Cnk.cpp - [Executing] - Dev-C++ 5.10

Файл Правка Поиск Вид Проект Выполнить Сервис AStyle Окно Справка

TDM-GCC 4.8.1 32-bit Debug

(globals)

Cnk.cpp

```
32 int main() {
33 int b=0,N; T r,n,k;
34     cin >> N;
35     for(n=0; n<=N && !b; n++) for(k=0; k<=n; k++) {
36             cout << (r=fact(n)/fact(k)/fact(n-k)) << (k==n?'\n':' ');
37             if(k==1) b=r-n; }
38     if(b) cout << "!!! ERROR !!!\n";
39
40     start=access_counter();
41     for(n=0; n<=N; n++) for(k=0; k<=n; k++) cout << Cnk(n,k) << (k==n?'\n':' ');
42     end=access_counter();
43     cout << "Elapsed time 1 = " << (end - start)/1.4e9 << endl;
44
45     start=access_counter();
46     C(N);
47     end=access_counter();
48     cout << "Elapsed time 2 = " << (end - start)/1.4e9 << endl;
49     return 0;
50 }
51
52 void C(int N) {
53 T i, n, *a = new T[++N];
54     a[0]=1; if(N>1) a[1]=1;
55     for(n=3; n<=N; n++) { for(i=n-2,a[n-1]=1; i>0; i--) a[i]+=a[i-1];
56                           for(i=0;i<n;i++) cout << a[i] << (i==n-1?'\n':' '); }
57     delete a;
58 }
```

Компилятор | Ресурсы | Журнал компиляции | Отладка | Результаты поиска

Line: 58 Col: 2 Sel: 0 Lines: 58 Length: 1316 Вставка Done parsing in 0,016 seconds

Lister - [D:\A1\Lect2013\Exmp\8\lst]

File Edit Options Help 16 %

```
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 4 24 88 221 399 532 532 399 221 88 24 4 1
!!! ERROR !!!
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 1
```

lst — Блокнот

Файл Правка Формат Вид Справка

```
1 21 210 1330 5985 20349 54264 116280 203490 293930 352716 352716 293930 203490 116280 54264 20349 5985 1330 210 21 1
1 22 231 1540 7315 26334 74613 170544 319770 497420 646646 705432 646646 497420 319770 170544 74613 26334 7315 1540 231 22 1
1 23 253 1771 8855 33649 100947 245157 490314 817190 1144066 1352078 1352078 1144066 817190 490314 245157 100947 33649 8855 1771 253 2
1 24 276 2024 10626 42504 134596 346104 735471 1307504 1961256 2496144 2704156 2496144 1961256 1307504 735471 346104 134596 42504 1062
1 25 300 2300 12650 53130 177100 480700 1081575 2042975 3268760 4457400 5200300 5200300 4457400 3268760 2042975 1081575 480700 177100
1 26 325 2600 14950 65780 230230 657800 1562275 3124550 5311735 7726160 9657700 10400600 9657700 7726160 5311735 3124550 1562275 65780
1 27 351 2925 17550 80730 296010 888030 2220075 4686825 8436285 13037895 17383860 20058300 20058300 17383860 13037895 8436285 4686825
1 28 378 3276 20475 98280 376740 1184040 3108105 6906900 13123110 21474180 30421755 37442160 40116600 37442160 30421755 21474180 13123
1 29 406 3654 23751 118755 475020 1560780 4292145 10015005 20030010 34597290 51895935 67863915 77558760 77558760 67863915 51895935 345
1 30 435 4060 27405 142506 593775 2035800 5852925 14307150 30045015 54627300 86493225 119759850 145422675 155117520 145422675 11975985
Elapsed time 1 = 67.9953
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1
1 16 120 560 1820 4368 8008 11440 12870 11440 8008 4368 1820 560 120 16 1
1 17 136 680 2380 6188 12376 19448 24310 24310 19448 12376 6188 2380 680 136 17 1
1 18 153 816 3060 8568 18564 31824 43758 48620 43758 31824 18564 8568 3060 816 153 18 1
1 19 171 969 3876 11628 27132 50388 75582 92378 92378 75582 50388 27132 11628 3876 969 171 19 1
1 20 190 1140 4845 15504 38760 77520 125970 167960 184756 167960 125970 77520 38760 15504 4845 1140 190 20 1
1 21 210 1330 5985 20349 54264 116280 203490 293930 352716 352716 293930 203490 116280 54264 20349 5985 1330 210 21 1
1 22 231 1540 7315 26334 74613 170544 319770 497420 646646 705432 646646 497420 319770 170544 74613 26334 7315 1540 231 22 1
1 23 253 1771 8855 33649 100947 245157 490314 817190 1144066 1352078 1352078 1144066 817190 490314 245157 100947 33649 8855 1771 253 2
1 24 276 2024 10626 42504 134596 346104 735471 1307504 1961256 2496144 2704156 2496144 1961256 1307504 735471 346104 134596 42504 1062
1 25 300 2300 12650 53130 177100 480700 1081575 2042975 3268760 4457400 5200300 5200300 4457400 3268760 2042975 1081575 480700 177100
1 26 325 2600 14950 65780 230230 657800 1562275 3124550 5311735 7726160 9657700 10400600 9657700 7726160 5311735 3124550 1562275 65780
1 27 351 2925 17550 80730 296010 888030 2220075 4686825 8436285 13037895 17383860 20058300 20058300 17383860 13037895 8436285 4686825
1 28 378 3276 20475 98280 376740 1184040 3108105 6906900 13123110 21474180 30421755 37442160 40116600 37442160 30421755 21474180 13123
1 29 406 3654 23751 118755 475020 1560780 4292145 10015005 20030010 34597290 51895935 67863915 77558760 77558760 67863915 51895935 345
1 30 435 4060 27405 142506 593775 2035800 5852925 14307150 30045015 54627300 86493225 119759850 145422675 155117520 145422675 11975985
Elapsed time 2 = 0.000351295
```

Стр 1, стлб 1

Правильные скобочные выражения

()

()() (())

()()() (())() ()(()) (()()) ((()))

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\sk3.cpp - [Executing] - Dev-C++ 5.10

Файл Правка Поиск Вид Проект Выполнить Сервис AStyle Окно Справка

TDM-GCC 4.8.1 32-bit Debug

(globals)

sk1.cpp | sk3.cpp | My_str.h

```cpp
#include <iostream>
using namespace std;
#include "My_str.h"

My_string a("()");
int K=0;

void next(int L) {
int k = a.size(),i=0;
     if(k==L) { K++; cout << a << endl; return; }
     while( a[i]=='(' ) { My_string b(&a[0],&a[i]);
                          My_string e(&a[i++]);
                          My_string old(&a[0]);
                          a = b + "()" + e;
                          next(L);
                          a = old; }
     My_string b(&a[0],&a[i]);
     My_string e(&a[i]);
     a = b + "()" + e;
     next(L);
}
int main() { int L; cin >> L;
    next(L); cout << K << endl;
    return 0;
}
```

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\sk3.exe

```
8
()()()()
(())()()
()(())()
(()())()
((()))()
()()(())
(())(())
()(()())
(()()())
((())())
()((()))
(()(()))
((()()))
(((()))
14

--------------------------------
Process exited after 2.376 seconds with return value 0
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

Компилятор | Ресурсы | Журнал компиляции | Отладка | Результаты поиска

Line: 23 Col: 24 Sel: 0 Lines: 25 Length: 570 Вставка Done parsing in 0,016 seconds

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\sk1.cpp - [Executing] - Dev-C++ 5.10

Файл Правка Поиск Вид Проект Выполнить Сервис AStyle Окно Справка

TDM-GCC 4.8.1 32-bit Debug

(globals)

sk1.cpp | sk3.cpp | My_str.h

```cpp
#include <iostream>
using namespace std;

int L;
unsigned long N=0,K=0;

bool test(unsigned long n) {
int i,r=0;
    for(i=L-1;i>=0;i--) { if(n&(1<<i)) r++; else r--; if(r<0) break; }
    if(i==-1 && !r) return true; else return false;
}

int main() {
int k=0; cin >> L;
    for(int i=1; i<L; i+=2) { N = N | 1<<i; K = K | 1<<(L+i)/2; }
    while(N<=K)  { k+=test(N); N+=2; }
    cout << k << endl;
    return 0;
}
```

D:\A1\Lect2015\Exmp\8\sk1.exe

```
10
42

--------------------------------
Process exited after 3.097 seconds with return value 0
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

Компилятор | Ресурсы | Журнал к | D:\A1\Lect2015\Exmp\8\sk1.exe | Результаты поиска

RU 22:18