

УДК 519.63

АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ ГЛОБАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ ОТ МЕХАНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЛЬДА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЛЕДЯНОГО ПОЛЯ С КОНСТРУКЦИЕЙ

© 2017 г. В. А. Бирюков^{1,*}, В. А. Миряха^{1,2}, член-корреспондент РАН И. Б. Петров¹

Поступило 07.07.2016 г.

Численно решена серия задач взаимодействия ледяного поля с вертикально плоской конструкцией с использованием разработанного вычислительного комплекса на основе разрывного метода Галёркина. Полученные результаты вычислений были обработаны и на основе этих данных произведён анализ максимальной глобальной нагрузки на конструкцию при различных физико-механических параметрах льда. В качестве таких параметров были выбраны модуль Юнга, предел текучести, предел прочности на растяжение и пластическая деформация разрушения.

DOI: 10.7868/S0869565217180098

Соударение ледяного поля с опорой – сложный физический процесс, который зависит от физико-механических параметров льда (модуль Юнга, предел текучести и др.), обусловленных, в свою очередь, параметрами внешней среды. В зависимости от этих параметров результат соударения льдины с опорой может сильно различаться и количественно, что выражается в различных значениях максимальной глобальной нагрузки на опору – суммарной внешней силы, и качественно, что может быть видно по различным режимам разрушения ледяного образования. Лабораторные и полевые эксперименты по разрушению льда [5, 8, 11] предоставляют важную информацию о свойствах и режимах разрушения, но их результаты зачастую сложно экстраполировать на реальные случаи соударения льдин с опорами. Однако путём калибровки механико-механических моделей с помощью экспериментальных данных можно построить модель, предсказывающую воздействие ледяных образований на опору в реальных условиях.

Задача соударения льдины с неподвижной опорой является важной практической задачей и уже предпринимались попытки её численного решения в [1, 3–5, 8]. Так, например, в [10] двумерная задача столкновения льдины со стационарной

опорой решена с помощью метода дискретных элементов и получены зависимости средней нагрузки на опору от времени. В работе [6] решалась аналогичная задача, но с применением модели CZM (Cohezive Zone Model); были получены различные режимы разрушения льдины.

В данной работе исследована зависимость глобальной нагрузки на неподвижную опору от физико-механических параметров льда. Это важно, так как физико-механические характеристики льда могут меняться в зависимости от температуры, солёности и других параметров. Поскольку для такого анализа необходимо провести большое количество численных экспериментов, варьируя различные параметры, и, следовательно, такое исследование может быть ресурсозатратным, была выбрана двумерная постановка. Характер глобальной нагрузки в трёхмерной постановке останется тем же.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Лёд имеет сложную структуру и для описания его поведения необходимо использовать сложные механико-математические модели. Некоторые эффекты трудно учесть явным образом, так как это многократно усложнит механико-математическую модель, а также потребует знания дополнительных констант, для измерения и исследования которых потребуются специальные натурные эксперименты. В рамках данной работы для льда выбрана модель упругопластической среды. Основная идея механико-математической модели соответствует современным тенденциям в моделировании льда. Различные авторы вносят

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

Долгопрудный Московской обл.

² Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской Академии наук, Москва

*E-mail: biryukov.vova@gmail.com

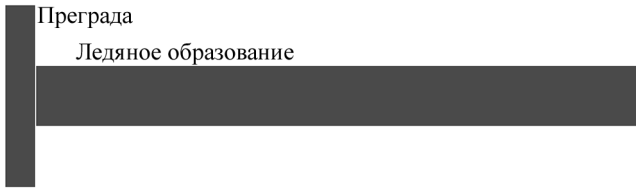


Рис. 1. К задаче воздействия ледяного поля на вертикальную стойку опоры.

небольшие изменения, основанные на экспериментальных данных, усложняя, например, вид зависимости порога текучести от давления. В ходе литературного обзора принципиально новых идей не было обнаружено. В работе используется модель Прандля–Рейса с условием текучести Мизеса–Шлейхерта [2]. Систему определяющих уравнений можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \rho \dot{v}_i &= \nabla_j \sigma_{ij}, \\ \sigma_{ij} &= q_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \end{aligned}$$

где

$$q_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) - \frac{\mu I \sigma_{ij} \sigma_{kl}}{k^2},$$

$$k = k_0 + \alpha p, \tag{1}$$

$$I = \begin{cases} 0, & s_{ij} : s_{ij} < 2k^2, \\ 1, & s_{ij} : s_{ij} \geq 2k^2, \end{cases} \tag{2}$$

v_i – компоненты скорости среды в данной точке, σ – тензор напряжения Коши, ε – тензор деформации, ρ – плотность, λ и μ – параметры Ламе, k_0 и α – параметры материала, определяющие момент наступления пластического течения или хрупкости, а девиатор тензора напряжений s_{ij} и давление p определяются следующим образом:

$$s_{ij} = \sigma_{ij} + p \delta_{ij}, \quad p = -\frac{1}{3} \sigma_{ii}.$$

Условия (1), (2) носят название условий Мизеса–Шлейхерта.

В качестве критериев разрушения выбраны критерий на максимальное главное напряжение и критерий на максимальную пластическую деформацию. Согласно критерию на максимальное главное напряжение, на границах ячейки возникают трещины, если максимальное главное значение тензора σ_{ij} на них превышает некоторую величину σ_{\max} . Процесс образования трещин описывается как замена ребра-контакта на две свободные границы. Критерий на максимальную пластическую деформацию работает в пластическом режиме. Как только $\varepsilon_p = \sqrt{\frac{2}{3}} \varepsilon_{ij}^p : \varepsilon_{ij}^p$

превышает значение некоторой величины ε_p^{\max} , ячейка считается сломанной. Здесь $\varepsilon_{ij}^p = \int_0^t \dot{\varepsilon}_{ij} Idt$ – пластическая часть тензора деформации, где

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{dv_i}{dx_j} + \frac{dv_j}{dx_i} \right).$$

Так как после разрушения ячейки пластическая часть тензора деформации должна описывать не упругопластичный материал, а скорее раздробленный, то необходимо скорректировать механические параметры, соответствующие этой ячейке. В данной работе рассматриваются два варианта такой корректировки. В первом варианте корректируется второй параметр Ламе при условии сохранения коэффициента всестороннего сжатия K :

$$\mu' = \alpha_\mu \mu.$$

При этом зануляются главные напряжения в случае растяжения. Во втором варианте корректируется только предел текучести:

$$k' = \alpha_k k,$$

где $\alpha_\mu \approx 0,1$ и $\alpha_k \approx 0,1$.

С помощью разрывного метода Галёркина [7] и описанной выше модели численно решалась серия задач взаимодействия ледяного поля с вертикальной опорой. На рис. 1 представлена расчётная область. Ледяное поле толщиной 1 м и длиной 10 м сталкивается с зафиксированным препятствием (на правой торцевой границе ледяного образования задана фиксированная скорость, что соответствует модели полубесконечного поля). В этой модели независимо варьировались четыре параметра: модуль Юнга E , предел текучести k , предел прочности на растяжение σ_{\max} и пластическая деформация разрушения ε_p^{\max} . Другие параметры, такие как плотность ρ коэффициент Пуассона ν , не варьировались, так как они в отличие от параметров, приведённых выше, являются постоянными в широком диапазоне температур [13] и солёностей [9]. Для каждого набора параметров проводили численный эксперимент и рассчитывали максимальную глобальную нагрузку, действующую на опору. Начальные параметры льда были взяты из работы [12]. В частности, модуль Юнга $E = 5 \cdot 10^9$ Па, предел текучести $k = 2,5 \cdot 10^6$ Па, предел прочности на растяжение $\sigma_{\max} = 1,2 \cdot 10^6$ Па и пластическая деформация разрушения $\varepsilon_p^{\max} = 0,012$.

ИЗМЕНЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ ГЛОБАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ ПРИ ВАРЬИРОВАНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЛЬДА

Зависимость глобальной нагрузки от модуля Юнга E . При варьировании модуля Юнга от 1 до 7 ГПа максимум глобальной нагрузки не меняется. Это объясняется тем, что при низких скоростях столкновений (≤ 1 м/с) глобальная нагрузка определяется прежде всего не упругими характеристиками льда, а пластическими и прочностными.

Зависимость глобальной нагрузки от предела текучести k . При варьировании предела текучести глобальная нагрузка вначале линейно возрастает, а затем достигает насыщения. Линейный рост объясняется тем, что при больших пределах текучести лёд может испытывать большие напряжения до того, как перейти в режим пластичности. Причиной насыщения глобальной нагрузки при увеличении предела текучести является хрупкое разрушение льда (рис. 2). При значительных нагрузках растягивающие напряжения в углах ледяного поля на контакте превышают предел прочности на растяжение и лёд начинает ломаться хрупко, не доходя до пластического режима. На рис. 3а представлен график зависимости глобальной нагрузки от предела текучести.

Зависимость глобальной нагрузки от предела прочности на растяжение σ_{\max} . Аналогичная ситуация наблюдается при варьировании предела прочности на растяжение. В районе средних значений этого параметра $\sigma_{\max} = 1,2 \cdot 10^6$ Па глобальная нагрузка не зависит от него, так как при этом максимальная нагрузка определяется пределом текучести. Однако

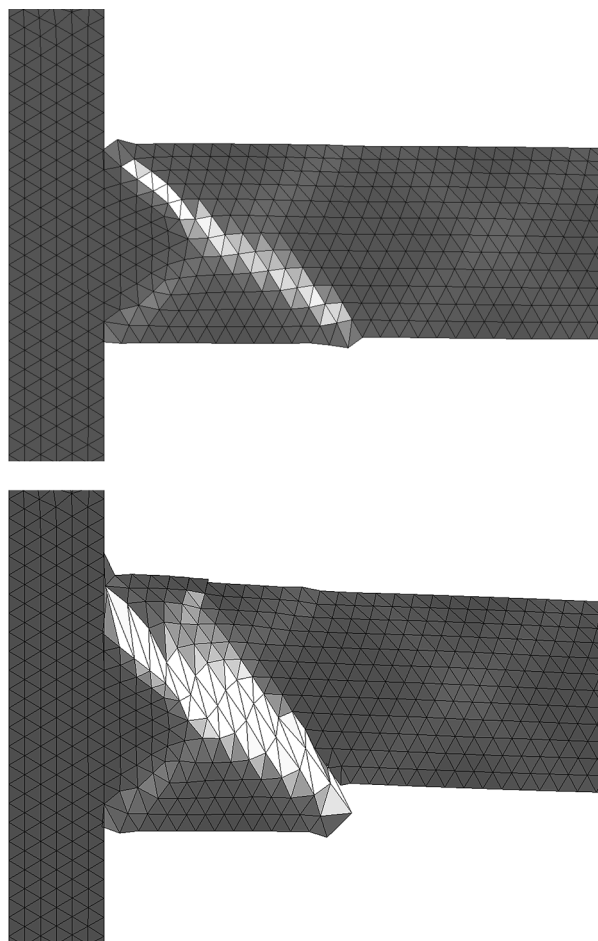


Рис. 2. Характерные картины разрушений ледяного образования. Цветом показана величина работы пластической деформации

при уменьшении этого параметра лёд, так же как и в предыдущем пункте, начинает ломаться хрупко. В этом случае глобальная нагрузка зависит от предела прочности на растяжение линейно. На

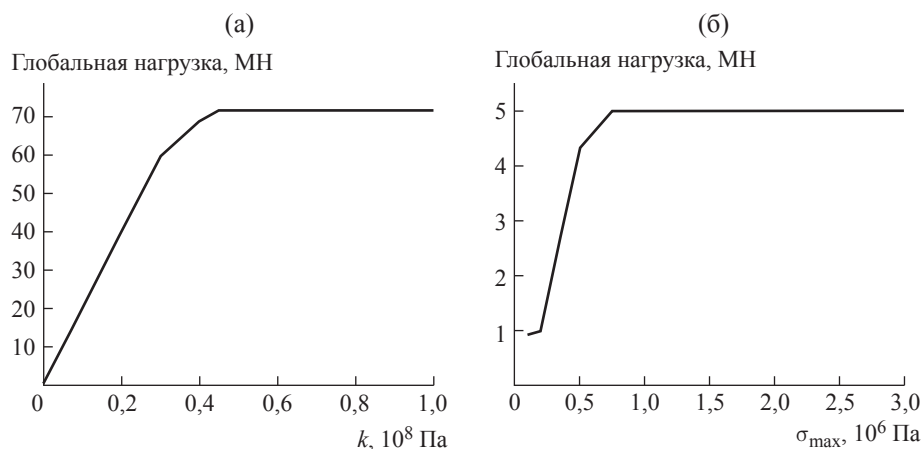


Рис. 3. Зависимость максимальной нагрузки от предела текучести льда (а) и предела прочности на растяжение (б).

рис. 3б представлен график зависимости глобальной нагрузки от предела прочности на растяжение.

Зависимость глобальной нагрузки от пластической деформации разрушения ϵ_p^{\max} . От пластической деформации разрушения максимум глобальной нагрузки не зависит, поскольку эта нагрузка, как правило, принимает максимальное значение при переходе из упругого режима в пластичный и затем не возрастает.

Таким образом, с помощью численного моделирования произведён анализ чувствительности максимальной глобальной нагрузки от ледяных полей на вертикальные конструкции к изменению следующих параметров: модуль Юнга, предел текучести, предел прочности на растяжение и пластическая деформация разрушения. Остальные параметры выбранной механико-математической модели заведомо не влияют на нагрузку. В результате получено, что глобальная нагрузка ограничивается либо пределом текучести, либо пределом прочности на растяжение. При больших значениях предела прочности на растяжение по сравнению с пределом текучести максимальная глобальная нагрузка определяется напряжением в момент хрупкого разрушения льда. В противном случае, когда предел прочности на растяжение мал по сравнению с пределом текучести, нагрузка определяется напряжением в пластическом режиме. От модуля Юнга и пластической деформации разрушения максимальная глобальная нагрузка не зависит.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 14–11–00434.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Blackerby J., Wenhua Wu.* Numerical Simulation of Dynamic Ice Forces on Offshore Structures. L., 2005.
2. *Ivanov V.D., Kondarov V.I., Petrov I.B., Kholodov A.S.* Calculation of Dynamic Deformation and Destructure of Elastic-Plastic Body by Grid-Characteristic Methods // *Mat. Model.* 1990. V. 2. P. 10–29.
3. *Jordaan I.J.* Mechanics of Ice-Structure Interaction // *Eng. Fracture Mech.* 2001. V. 68. P. 1923–1960.
4. *Karulin E., Marchenko A., Karulina M. et al.* Field Indentation Tests of Vertical Semi-Cylinder on First-Year Ice. Proc. 22nd IAHR International Symposium on Ice. Singapore, 2014.
5. *Kim E.* Experimental and Numerical Studies Related to the Coupled Behavior of Ice Mass and Steel Structures during Accidental Collisions. PhD thesis. Trondheim: Norw. Univ. Sci. and Technol., 2014.
6. *Kuutti J., Kolari K., Marjavaara P.* Simulation of Ice Crushing Experiments with Cohesive Surface Methodology // *Cold Regions Sci. and Technol.* 2013. V. 92. P. 17–28.
7. *Miryaha V.A., Sannikov A.V., Petrov I.B.* Discontinuous Galerkin Method for Numerical Simulation of Dynamic Processes in Solids // *Math. Models and Comput. Simulation.* 2015. V. 7. P. 446–455.
8. *Bjornar Sand.* Nonlinear Finite Element Simulations of Ice Forces on Offshore Structures. PhD thesis. Luleå: Luleå Univ. Technol., 2008.
9. *Schulson E.M., Duval P.* Creep and Fracture of Ice. Cambridge; N.Y.: Cambridge Univ. Press, 2009.
10. *Sepehr K., Selvadurai A.P.S.* Two Dimensional Discrete Element Simulations of Ice-Structure Interaction // *Intern. J. Solids and Struct.* 1999. V. 36. P. 3808–3839.
11. *Беккер А.Т.* Вероятностные характеристики ледовых нагрузок на сооружения континентального шельфа. Владивосток: Дальнаука, 2004.
12. *Лобанов В.А.* Моделирование льда в задачах с конечноэлементной постановкой // *Дифференц. уравнения и процессы управления.* 2008. Т. 4. 29 с.
13. *Орлова Ю.Н.* Комплексное теоретико-экспериментальное исследование поведения льда при ударных и взрывных нагрузках. PhD thesis. Томск: Томск. гос. ун-т, 2014.